

Ératosthène et la mesure de la Terre

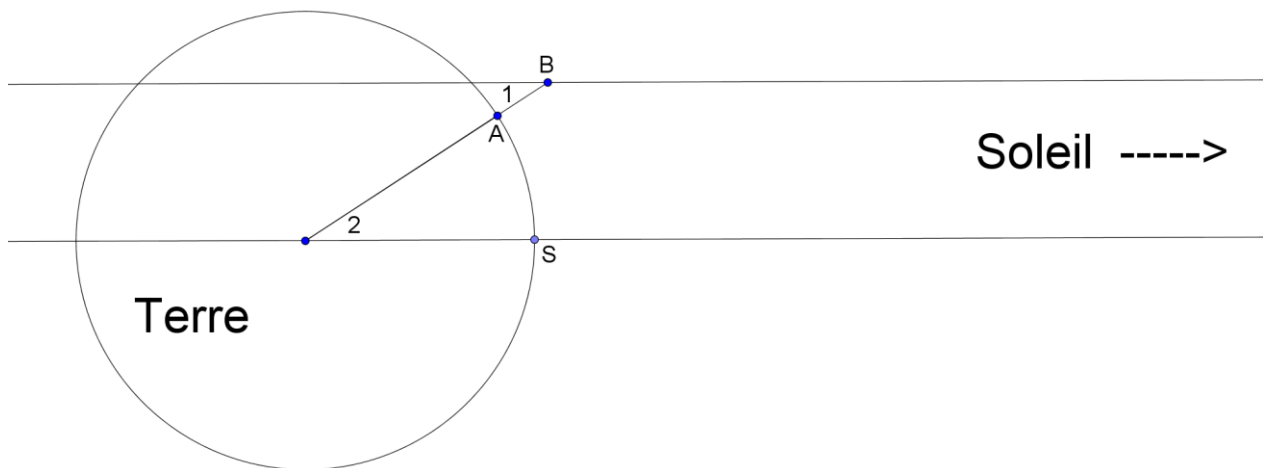
Paul Deguire
Département de mathématiques et statistique
Université de Moncton, Canada

Ératosthène

Ératosthène était un mathématicien et astronome grec du 3^e siècle avant Jésus Christ (né en -276, mort en -194). Il habitait Alexandrie où étant directeur pendant plusieurs années de la grande bibliothèque d'Alexandrie, il avait accès à pratiquement toute la littérature mathématique et scientifique de son époque. Il a laissé quelques œuvres originales, dont la mesure, remarquablement précise pour l'époque, de la circonférence terrestre.

Un peu de géométrie

Modèle géométrique



Ératosthène a fait deux hypothèses importantes pour pouvoir utiliser son modèle géométrique :

1. La terre est ronde (plus précisément, elle est sphérique).
2. Le soleil est très loin de la terre, donc ses rayons qui frappent la terre en différents endroits sont parallèles.

Ainsi, sur le modèle géométrique ci-dessus, les angles 1 et 2 sont des angles alternes-internes et ils sont égaux. L'angle 2 représente la distance angulaire entre Syène et Alexandrie. L'angle 1, égal à l'angle 2, est mesurable : c'est l'angle entre un bâton planté verticalement à Alexandrie et les rayons du soleil.

Sur le modèle, A représente la ville d'Alexandrie, BA est un bâton planté verticalement à Alexandrie (et donc le prolongement du bâton passe par le centre de la terre) et S représente la ville de Syène.

Un bâton et un chameau

La mesure de l'angle entre le bâton et les rayons du soleil doit être prise à Alexandrie à midi le jour du solstice d'été. Ceci permet la comparaison avec Syène où, la ville étant sur le tropique du cancer, les rayons du soleil sont parfaitement verticaux à ce moment. Sur le modèle géométrique on voit le prolongement du rayon du soleil qui, de Syène, se dirige droit vers le centre de la terre. En fait, cela était connu par Ératosthène. À midi le jour du solstice d'été, il n'y avait pas d'ombre au fond d'un puit à Syène, le soleil étant exactement à la verticale du puit.

Essentiellement, pour mesurer la circonférence terrestre, Ératosthène a utilisé deux choses banales à son époque :

- un bâton planté verticalement à Alexandrie et dont l'angle avec les rayons solaires est égal à l'angle au centre de la terre entre Alexandrie et Syène, comme le modèle géométrique le montre.

- un chameau pour mesurer la distance entre les deux villes. Les chameaux étaient réputés avoir un pas très égal. Plusieurs hypothèses existent : peut-être qu'Ératosthène a simplement mesuré la distance moyenne parcourue par un chameau dans une journée et a multiplié par le nombre de jours que dure le trajet, peut-être qu'il a utilisé un compteur de pas (un bématiste, une vraie profession à l'époque pour mesurer les distances) en quel cas les pas mesurés ont pu être ceux d'un chameau, probablement, mais peut-être ceux d'un homme.

Quoiqu'il en soit, les deux mesures principales sont les suivantes :

- a) L'angle fait par le bâton avec les rayons du soleil est égal à $\frac{1}{50^e}$ de la circonférence terrestre.
- b) La distance entre Alexandrie et Syène est égale à 5000 stades.

Donc, la circonférence terrestre mesure $50 \times 5000 = 250000$ stades. Plusieurs mesures ont existé pendant l'antiquité pour le stade, il semble que le stade égyptien en vigueur à l'époque d'Ératosthène mesurait près de 158 m ce qui veut dire que la circonférence terrestre mesurerait, avec ces calculs, près de 39500 kilomètre. Il s'agit d'un résultat remarquable pour l'époque avec une erreur moindre que 2 % de la valeur réelle d'environ 40000 kilomètre.

Un peu de chance

Les chiffres de $\frac{1}{50^e}$ et de 5000 stades sont trop ronds pour être précis. De toute évidence Ératosthène cherchait un ordre de grandeur, il savait qu'il n'avait pas les moyens d'être parfaitement précis. Ces mesures étaient quand même très proches des vraies mesures. Par ailleurs, Ératosthène a joué un peu de chance. Puisque Syène et Alexandrie ne sont pas exactement sur le même méridien et que leur distance est un peu plus grande que ce que leur différence angulaire permet de calculer, certains ont émis l'hypothèse que le chameau utilisé était peut-être un peu plus rapide que la moyenne des chameaux et que la distance calculée aurait effectivement été un peu plus longue que la vraie distance, compensant pour le fait qu'Alexandrie n'est pas exactement au nord de Syène.

En terminant, il est amusant de noter que lorsque Christophe Colomb, qui croyait aussi que la terre était ronde, est parti d'Europe en naviguant vers l'ouest pour rejoindre les Indes, il croyait que la circonférence terrestre était significativement plus petite que la distance calculée par Ératosthène et que son voyage serait assez court. Cette erreur d'appréciation de la mesure de la terre a permis à Colomb de convaincre les souverains espagnols de financer son voyage. Sans cette erreur, il n'aurait pas pu faire ce voyage et la découverte de l'Amérique aurait été retardée.