

## 26<sup>e</sup> Concours de mathématique du Nouveau-Brunswick (2009)

9<sup>e</sup> année

### Indications

Remarques :

Puisqu'il s'agit d'un examen à choix multiples, plusieurs problèmes peuvent être résolus par élimination ou par essai -erreur.

Les indications données n'utilisent pas la méthode d'essai-erreur. Les problèmes peuvent avoir plusieurs solutions valables, différentes de celles suggérées par ces indications.

Essayez de résoudre les problèmes par vous-mêmes avant de lire les indications.

1. Effectuez la division au long, ou plus simplement utilisez le résultat suivant : un nombre et la somme de ses chiffres ont le même reste lorsque divisés par neuf.
2. Il y a  $800 - 270 = 530$  places dans les théâtres 2 et 3. Il reste à résoudre un système de deux équations à deux inconnues.
3. Résoudre  $x + (x + 6) + (x + 12) + (x + 18) + (x + 24) = 100$ .
4. Observez simplement qu'il y avait mardi 750 animaux dans l'étable.
5. Si Bernard a  $X$  billes, ensemble, ils ont  $x + \frac{1}{2}x + (x + \frac{1}{2}x) + (x + \frac{1}{2}x + 10) = 109$ .
6. La surface du triangle est égale à  $\frac{1}{2} \cdot \text{base} \cdot \text{hauteur}$  alors que celle du rectangle est égale à  $\text{base} \cdot \text{hauteur}$ . Vous savez que les deux ont la même base. Vous pouvez conclure.
7. Si  $x$  désigne la valeur du vélo, alors  $21\$ + x = \frac{4}{7}(210 + x)$
8. En heures, il suffit d'estimer  $\frac{365 \cdot 24}{5760}$ .
9. Chaque membre de la suite est égal aux deux tiers du précédent, il faut donc additionner  $1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} + \frac{16}{81}$  sachant que le dénominateur commun est 81.
10.  $\frac{x \cdot 3}{(x + 3) + 7} = \frac{3}{2}$
11. Simplifier l'intérieur de chacun des termes de la fraction. Puis annuler les termes semblables.
12. Si l'âge du fils est  $x$  années, alors  $(x + 2) \cdot 5 = \frac{1}{2} \cdot (78 + 2)$
13. Observez qu'un trou de  $4\text{m} \cdot 4\text{m} \cdot 4\text{m}$  est égal à 8 trous de  $2\text{m} \cdot 2\text{m} \cdot 2\text{m}$
14. En une heure et quart la moto a parcouru  $\frac{5}{4} \cdot 60 \text{ km} = 75 \text{ km}$ .

15. Pour que le produit de 3 entiers soit impair, il faut que chacun de ces trois entiers soit impair. Il y a 5 chiffres impairs (1, 3, 5, 7, 9). Donc il y a 5 choix pour le premier chiffre, 4 pour le deuxième chiffre et 3 pour le troisième.
16. Commencez avec la case dans le coin inférieur droit du tableau. Elle ne peut contenir un 1 ou un trois qui sont déjà dans la même colonne et elle ne peut pas contenir non plus un 4 déjà dans la même rangée. Elle doit contenir un deux. Poursuivez de cette manière pour remplir le tableau.
17. Utiliser l'identité  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
18.  $A = a^2$ ,  $B = 4a^2$  et  $C = \frac{1}{2} \cdot 2a^2$ .
19. Après 1 minute, le cheval a parcouru 75 m et la mouche a 75 mètres d'avance sur le cheval.
20. Pensez à peindre les maisons en ordre. Il y a 5 couleurs possibles pour la première maison, mais seulement 4 couleurs possibles pour la prochaine 3, car une maison ne peut pas être peinte de la même couleur que la maison juste avant elle.
21. Comme chiffre des unités, Il y'a 10 possibilités d'avoir le chiffre 2 (2, 12, 22, ..., 92), 10 possibilités d'avoir le chiffre 4, 10 possibilités d'avoir le chiffre 6, 10 possibilités d'avoir le chiffre 8 et 10 possibilités d'avoir le chiffre 0. Comme chiffre des dizaines, il y'a 10 possibilités d'avoir le chiffre 2 (20,21,...,29), 10 possibilités d'avoir le chiffre 4, 10 possibilités d'avoir le chiffre 6, 10 possibilités d'avoir le chiffre 8 mais seulement une seule possibilité pour le chiffre 0 (100).
22. Soit h, c, d le nombre de poules, les chameaux et les dromadaires, respectivement. Alors  $2h + 4C + 4D = 4(0 + 2c + d)$ .
23. Toutes les faces des deux boîtes doivent être peintes, sauf le dessous de chaque boîte et la partie du dessus de la grande boîte située sous la petite boîte.
24. Observez le dernier chiffre de  $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, \dots$  et essayez de voir un pattern.
25. Si nous connaissons les positions de 1, 3, 5 dans la ligne (1ère, 2ème, 3ème, 4ème ou 5ème) les positions de 2, 4 et 6 sont déterminées. Donc il existe 6.5.4 façons de positionner 1, 3, 5 dans la rangée.
26. Un beau problème. Premièrement, remarquez que la longueur du côté du carré est  $\sqrt{2}$ , donc le rayon du demi-cercle est  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . Notez ensuite que l'aire de la partie ombrée est égale à  $\frac{1}{2}$  l'aire du demi-cercle moins  $\frac{1}{4}$  (l'aire du grand cercle moins l'aire du carré inscrit).