

26^e Concours de mathématiques du Nouveau-Brunswick 2008

8^e année

Indications

Note : Il s'agit d'un concours à choix multiples, plusieurs problèmes peuvent être faits simplement par essai / erreur. Les indications sont surtout utiles pour les problèmes ne pouvant être faits par essai / erreur.

Essayez les problèmes avant de regarder les indications.

1. Fractions.
2. Calculez les deux âges. Soit en résolvant un système de deux équations à deux inconnues, soit en factorisant le nombre 24 sachant que les réponses cherchées sont des nombres entiers.
3. Une boîte rectangulaire a un devant et un derrière, un haut et un bas et deux côtés latéraux. Donc cette boîte a deux faces de dimensions 8×12 , deux de 12×20 et deux de 8×20 .
4. Les premiers termes de la suite sont : **3, 2, 1, 6 – $3 + 2 + 1$, **9** = $2 + 1 + 6$, **16** = $1 + 6 + 9$, ...**
5. Vous avez trois équations et trois inconnues, vous pouvez résoudre. Vous pouvez aussi observer que la pierre la plus lourde se retrouve dans les deux plus grandes pesées et que $83 + 60 - 49$ est deux fois le poids de la pierre la plus lourde.
6. Le premier et le troisième chiffres doivent être pairs et non nuls. Le chiffre du milieu peut être n'importe quel chiffre de 0 à 9.
7. $26 + 27 + \dots + 49 + 50 = (1 + 25) + (2 + 25) + \dots + (24 + 25) + (25 + 25)$
8. Si x est le nombre de sacs de 2 kg, on a $2x + 5(2x) = 252$. La réponse est $x + 2x = 3x$.

9. Les parties du trajet où Bob va en montant le matin, il va en descendant le soir au retour. Donc, si le matin il marche u km en montant, l km sur le plat et d km en descendant, le temps qu'il met à aller et revenir de son travail est

$$\frac{u}{2} + \frac{l}{3} + \frac{d}{6} + \frac{u}{6} + \frac{l}{3} + \frac{d}{2} = 2. \text{ On peut résoudre facilement pour trouver } u + l + d.$$

10. Il faut calculer les dimensions de la région ombragée. Si k est la largeur et l est la longueur, on a $6 + 6 - k = 10$ et $7 + 7 - l = 10$.

11. Diviser le problème en cinq cas selon le nombre de pièces de 25 cents utilisées. Si vous n'utilisez pas de pièce de 25 cents, il y a 11 manière de faire 1 \$ (penser au nombre de pièces de 10 cents utilisées). Avec une seule pièce de 25 cent, il y a huit manières de faire 1 \$. Continuer avec 2, 3 et 4 pièces de 25 cents utilisées.

12. $7 \times 24 \times 60 \times 60$ peut être calculé, mais il peut aussi être approximé.

$$7 \times 24 \times 60 \times 60 \approx 7 \times \frac{100}{4} \times 60 \times 60 = 7 \times 1500 \times 60 \approx 105 \times 6 \times 10^3 \approx 600 \times 1000.$$

13. La manière la plus rapide pour quelqu'un de gagner 10 parties est qu'Ahcène gagne ses 10 premières parties.

14. De la première phrase, si trois hommes travaillent, ils coupent chacun $\frac{72}{3 \times 3} = 8$ arbres par heure. Si cinq hommes travaillent, chacun en coupe 6 par heure.

15. Un nombre qui n'est pas premier est toujours divisible par un nombre premier inférieur ou égal à sa racine carré. Il suffit donc de tester ces nombres en les divisant par 2, 3, 5, 7 ou 11.

16. Il y a trois choix pour le premier nombre de la suite (2, 3 ou 4) et ensuite deux choix pour le dernier. Les trois nombres restants peuvent être arrangés arbitrairement dans les trois autres positions.

17. $2008^{2008} > 1000^{2008} = 10^{6024}$. Donc 2008^{2008} a plus que 6025 zéros (beaucoup plus). De plus $1 \times 2 \times \dots \times 2008 < 2008 \times 2008 \times \dots \times 2008 = 2008^{2008}$.

18. Posez le problème à l'envers : « De combien de façons peut-on retrancher deux carrés de manière à ce que la région qui reste ne soit pas connexe? ». Les deux carrés retranchés sont soit (2,5) ou encore deux carrés qui se touchent en un coin. Considérez ensuite le nombre total de façons de retrancher deux carrés et finalement soustrayez.
19. La manière la plus simple est de tester les quatre réponses proposées.
20. Il faut compter avec attention. Voici une façon de réfléchir aux possibilités. Il y a cinq morceaux dans cette barre de chocolat. Si la barre est coupée en deux pièces, une des deux pièces n'aura qu'un morceau ou deux morceaux adjacents.
21. Testez toutes les réponses possibles pour vérifier si elles peuvent être écrites comme somme de deux carrés. Par exemple $14 = 1 + 4 + 9$.
22. Les nombres pour lesquels elle va aboutir avec un 1 sont 1, 10, 100 et tous les nombres à deux chiffres dont la somme des chiffres est égale à 10.
23. Compter avec attention. Les figures à quatre côtés sont les carrés intérieur et extérieur ainsi que les paires de triangles ayant un côté commun. Cherchez ces côtés communs.
24. Utilisez la symétrie pour voir que cette aire est la différence entre l'aire d'un disque de rayon deux et l'aire d'un disque de rayon 1.
25. Il est plus facile de chercher les chiffres non utilisés dans une telle somme. Puisque $1 + 2 + \dots + 8 + 9 = 45$, il suffit de trouver les paires de chiffres dont la somme est égale à 8.
26. Le nombre de zéros est égal au nombre de fois que 10 est facteur de ce produit. Puisque $10 = 2 \times 5$ et qu'il y a davantage de facteurs 2 que de facteurs 5, il suffit de compter le nombre de facteurs 5 dans le produit. Pour ce faire on note que 25 et 50 ont chacun deux fois le facteur 5, les autres multiples de 5 entre 1 et 50 l'ayant une seule fois.