

Du monde connu au monde inconnu

- Du test t à l'analyse de variance

$$t_{(dl)} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2}}}$$

Trouvez des nouveaux noms
pour le numérateur et
le dénominateur

© Pierre Cornier, 2015

1

Comparaison des variances: le rapport F

$$F_{(k-1, N-k)} = \frac{CM_{\text{traitement}}}{CM_{\text{erreur}}}$$

où k-1 et N-k
sont les dl du rapport F

© Pierre Cornier, 2015

2

Principe du calcul de l'analyse de variance: les sommes de carré s'additionnent

$$SC_{\text{total}} = SC_{\text{traitement}} + SC_{\text{erreur}}$$

$$SC_{\text{erreur}} = SC_{\text{total}} - SC_{\text{traitement}}$$

© Pierre Cornier, 2015

3

Calcul de l'analyse de variance: les sommes de carré

$$SC_{\text{Total}} = \sum \left(X - \bar{X} \right)^2 = \sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}$$

$$SC_{\text{traitement}} = \sum \left(\bar{X}_j - \bar{X} \right)^2 = \frac{\sum T_j^2}{n} - \frac{(\sum X)^2}{N}$$

$$SC_{\text{erreur}} = \sum \left(X_{ij} - \bar{X}_j \right)^2 = \sum X^2 - \frac{\sum T_j^2}{n}$$

© Pierre Cormier, 2015

4

Calcul de l'analyse de variance: des sommes de carré aux carrés moyens

$$CM_{\text{traitement}} = \frac{SC_{\text{traitement}}}{k - 1}$$

$$CM_{\text{erreur}} = \frac{SC_{\text{erreur}}}{N - k}$$

© Pierre Cormier, 2015

5

Calcul de l'analyse de variance: les degrés de liberté

$$N = n \times k$$

$$N - 1 = N - 1$$

$$N = (N - k) + (k - 1)$$

	Addition	Rimes	Adjectifs	Images	Intentionel
	9	7	11	12	10
	8	9	13	11	19
	6	6	8	16	14
	8	6	6	11	5
	10	6	14	9	10
	4	11	11	23	11
	6	6	13	12	14
	5	3	13	10	15
	7	8	10	19	11
	7	7	11	11	11
Σ	70	69	110	134	120
M	7.00	6.90	11.00	13.40	12.00
DS	1.83	2.13	2.49	4.50	3.74

Exercice de calcul de l'analyse de variance: les sommes de carré

$$SC_{\text{Total}} = \sum (X - \bar{X})^2 = \sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}$$

$$SC_{\text{traitement}} = \frac{\sum T_j^2}{n}$$

© Pierre Cormier, 2015 8

Exercice de calcul de l'analyse de variance: la somme de carré de l'erreur

$$SC_{\text{total}} = SC_{\text{traitement}} + SC_{\text{erreur}}$$

$$SC_{\text{erreur}} = SC_{\text{total}} - SC_{\text{traitement}}$$

© Pierre Cormier, 2015 9

Calcul des carrés moyens

$$CM_{\text{traitement}} = \frac{SC_{\text{traitement}}}{k - 1}$$

$$CM_{\text{erreur}} = \frac{SC_{\text{erreur}}}{N - k}$$

© Pierre Cornier, 2015

10

Calcul du rapport F

$$F_{(k-1, N-k)} = \frac{CM_{\text{traitement}}}{CM_{\text{erreur}}}$$

où k-1 et N-k
sont les dl du rapport F

F

© Pierre Cornier, 2015

11

Le modèle sous-jacent à l'analyse de variance

- Toute cote est la somme d'une moyenne, d'un effet de traitement (aléatoire) et d'une erreur (aléatoire)

$$X_{ij} = \mu + T_j + \epsilon_{ij}$$

© Pierre Cornier, 2015

12

Logique de l'analyse de variance

- Chaque condition d'une étude a sa moyenne qui représente son effet (traitement)
- Les différentes conditions d'une étude sont autant d'échantillons tirés au hasard d'une population
- Chaque cote est par ailleurs une observation, elle aussi, tirée au hasard d'une population
- Nous sommes donc en présence de deux sources de variance:

- la variance inter-condition et
- la variance intra-condition

$$t_{(d)} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2}}}$$

© Pierre Cornier, 2015

Estimation des variances: la variance inter-condition

- La variance entre les conditions représente l'effet du traitement

$$\sigma_{\tau}^2 = \frac{\sum (\mu_j - \mu)^2}{k - 1} = \frac{\sum T_j^2}{k - 1}$$

- En termes de population

$$E \left(\text{CM}_{\text{traitement}} \right) = \sigma_{\tau}^2 = \frac{\sum T_j^2}{k - 1}$$

14

Estimation des variances: la variance intra-condition

- La variance des observations représente l'erreur

$$E \left(\text{CM}_{\text{erreur}} \right) = \sigma_{\epsilon}^2$$

© Pierre Cornier, 2015

15

Principes de l'analyse de variance

- **Modèle fixe**

- **Niveaux fixes de la variable indépendante**

ce sont les mêmes niveaux de la variable indépendante qui sont répertoriées dans toutes les expériences (réplications)

- **Modèle aléatoire**

- **Niveaux aléatoires de la variable indépendante**

les niveaux de la variable indépendante sont des échantillons de toutes les valeurs possibles de cette variable indépendante et sont donc différents d'une étude à l'autre

Grandeur de l'effet: 2 indices

$$\eta^2 = \frac{SC_{\text{traitement}}}{SC_{\text{Total}}}$$

η^2 : Pourcentage de réduction de l'erreur et régression curvilinéaire

$$\omega^2 = \frac{SC_{\text{traitement}} - (k - 1)CM_{\text{erreur}}}{SC_{\text{Total}} + CM_{\text{erreur}}}$$

© Pierre Cormier, 2015

17

4 conditions d'application de l'analyse de variance

- Hypothèse nulle est vraie
- Normalité des données
- Indépendance des observations
- Homogénéité des variances

© Pierre Cormier, 2015

18

Que fait-on avec l'hétérogénéité de la variance?

- Identifier l'hétérogénéité de la variance

- 2 procédures

- Test de F_{\max}

- Test de Levene

- 2 solutions

- Box: changer les dl de k-1, N-k à 1 et N-1

- Welch: recalculer les dl en tenant compte des variances

- calculer une analyse de variance non paramétrique

© Pierre Cornier, 2015

19
