Objectifs du chapitre sur le khi-carré (*χ2)*

- Savoir calculer le test du χ^2 dans les situations
  - à 1 facteur de classification
  - dans les tableaux de contingence à 2 facteurs de classification
- Connaître les propriétés de la distribution de khi-carré (χ^2)
- Connaître les postulats du calcul du khi-carré (χ^2)

Procédures à suivre pour les tests d'hypothèse

1. Écrire les 2 hypothèses
   - l'hypothèse nulle (statistique)
   - l'hypothèse à l'étude
2. Fixer un seuil de probabilité critère (.05)
3. Déterminer la valeur critère du test statistique s'il a une distribution propre
4. Calculer le test statistique selon la formule appropriée
5. Décider:
   - Accepte ou rejette l'hypothèse nulle

Le test du khi-carré (*χ2)* à 1 facteur de classification

- **Principe**:

  Comparaison

  ∴ des fréquences ___________ des différentes valeurs d'une variable discrète et

  ∴ des fréquences ___________ définies
  - soit par le
  - soit par un modèle pré-déterminé

- **La formule**

$$\chi^2_{dl} = \sum_{i=1}^{N} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Solution du problème 6.3

Nombre de phrases répondues comme				
Pas du tout moi	...	...	...	tout à fait moi
8	10	20	8	4

$$\chi^2_{dl} = \sum_{i=1}^{N} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} =$$

$= \quad = \quad =$

Solution du problème 6.1

Nombre d'inscriptions au cours de/du		
10H	11H	Midi
Prof. Henrion	Prof. Ducarme	Prof. Bouton
32	25	10

Solution du problème 6.1

Extension aux tableaux de contingence

- **Tableaux de contingence:** tableau où est fait le rapport entre les classes de deux variables

	Gars	Filles
connaît la chanson	10	10
ne la connaît pas	10	10

Autre exemple de tableau de contingence

- la distribution est elle pareille au hasard? les distributions sont-elles semblables?

En faveur d'une loi sur les armes à feu	Oui	Non
Mon groupe	47	23
Hasard	35	35

Le test du khi-carré (χ2) dans les tableaux de contingence

- La même … formule

$$\chi^2_{dl} = \sum_{i=1}^{N} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \qquad \text{où dl = (l-1)(c-1)}$$

- 2 différences:
  - ∴
  - ∴

Solution du problème 6.14

	Choc			
	inévitable	évitable	aucun	
Rejet	8	19	18	45
pas de rejet	22	11	15	48
	30	30	33	93

Solution du problème 6.14

Solution du problème 6.14

$$\chi^2_{dl} = \sum_{i=1}^{N} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} =$$

Solution du problème 6.15

nombre d'obser-vateurs	Aide recherchée		
	oui	non	
0	11	2	13
1	16	10	26
4	4	9	13
	31	21	52

Solution du problème 6.15

$$\chi^2_{dl} = \sum_{i=1}^{N} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} =$$

La distribution khi-carré (χ2) (1)

- Fréquence d'apparition des valeurs d'une variable
  - quelle que soit la nature de ces valeurs
  - et la forme de leur distribution

$$\int(\chi^2) = \frac{1}{2^{\frac{k}{2}}\Gamma(k/2)} \chi^{2[(k/2)-1]} e^{-(\chi^2)/2}$$

La distribution khi-carré ($\chi 2$) (2)

- Son équation

$$\int\left(\chi^2\right)=\frac{1}{2^{\frac{k}{2}}\Gamma(k/2)}\chi^{2[(k/2)-1]}e^{-(\chi^2)/2}$$

- 1 seule variable: k, le nombre de catégories
  - ∴ dl = k-1
- Ses caractéristiques statistiques
  - ∴ Moyenne =
  - ∴ Variance =

Liens avec d'autres distributions

- **Distribution normale**: population de valeurs continues

$$\chi^2_{(1)} = z^2$$

- **Variance**: à distribution normale

$$\chi^2_{(N-1)} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$$

$$s^2 = \chi^2_{(N-1)}\frac{\sigma^2}{(n-1)}$$

D'où vient la formule du khi-carré ($\chi 2$)

- Nous savons que

$$\chi^2_{(1)} = z^2 = \frac{(X-\mu)^2}{\sigma^2}$$

- or, selon la binomiale,

$\mu = Np$

$\sigma^2 = Npq$

- donc, en remplaçant, $\chi^2_{(1)} = \dfrac{(X-Np)^2}{Npq}$

$$\chi^2_{(1)} = \frac{(X-Np)^2}{Np} + \frac{(N-X-Nq)^2}{Nq}$$

Remarques générales (1) sur le khi-carré ($\chi 2$)

- **2 conditions d'application:**
  - ∴
  - ∴
- **N est maintenant rapporté**

Remarques générales (2) sur le khi-carré ($\chi 2$)

- **χ^2 indique l'existence d'un lien, Φ le quantifie**
- **χ^2 : somme de carrés orthogonaux, peut se décomposer**