Chapitre 12

La puissance de sortie et l'efficacité d'extraction d'un laser

Objectifs spécifiques :

1) *Pouvoir exprimer l'expression du gain au seuil d'oscillation en fonction des pertes dans un résonateur;*
2) *pouvoir exprimer la condition de résonance nécessaire pour avoir l'oscillation laser;*
3) *comprendre le phénomène physique à l'origine du déplacement des fréquences de résonance vers le centre de la courbe de gain, connu sous le nom de ''tirage de fréquences'';*
4) *pouvoir identifier les paramètres nécessaires pour le calcul de la puissance de sortie d'un laser et savoir estimer leur valeur;*
5) *pouvoir expliquer la raison physique pour laquelle la puissance de sortie passe par un maximum en fonction de la transmittance du coupleur de sortie;*
6) *connaître les notions d'efficacité quantique, d'efficacité de recouvrement, d'efficacité d'absorption et d'efficacité d'extraction d'un laser.*

Dans le chapitre 10, nous avons établi un système d'équations couplées qui régit l'évolution de la population de l'état excité et du nombre de photons dans un mode du résonateur pour un système à quatre niveaux idéal. Nous avons calculé les solutions de ces équations en régime stationnaire puis montré l'existence de deux situations bien distinctes en bas et en haut du seuil d'oscillation laser. Ce seuil correspond à un équilibre entre le taux d'émission stimulée et le taux de pertes de photons dans le résonateur. L'oscillation laser et le phénomène de saturation du gain se produisent au-dessus du seuil. Il paraît a priori avantageux d'utiliser un résonateur ayant de très faibles pertes afin d'obtenir le seuil le plus bas possible, ce qui implique l'utilisation de miroirs hautement réfléchissants. Cependant, on voudra aussi coupler la lumière à l'extérieur du résonateur pour en faire usage. Il faudra donc chercher le meilleur compromis entre une transmission du miroir de sortie suffisant élevée et des pertes suffisamment faibles pour avoir la puissance de sortie maximale et ceci dépendra, entre autres, de la puissance de pompage disponible.

Dans ce chapitre, nous allons donc nous intéresser à la puissance de sortie du laser. Dans un premier temps, nous allons rappeler les conditions à remplir sur le gain du milieu actif et sur la phase pour obtenir l'oscillation laser. Ensuite, nous allons établir une expression de la puissance à la sortie du laser en fonction du gain dans le milieu amplificateur, des pertes dans le résonateur et de la transmittance du miroir de sortie. Finalement, nous allons établir une expression pour la transmittance optimale du miroir de sortie, i.e., celle permettant de maximiser la puissance de sortie pour un taux de pompage donné, puis déterminer l'expression de l'efficacité de conversion des photons de la pompe en photons du mode laser couplés à l'extérieur du résonateur.

12.1 Les conditions d'oscillation

Considérons un milieu amplificateur à élargissement homogène de longueur L' placé à l'intérieur d'un résonateur à onde stationnaire de longueur $L>L'$, constitué de deux miroirs, tel que montré à la Fig. 1. Le miroir arrière a une réflectance aussi proche de l'unité que possible et le miroir de sortie (aussi appelé ''coupleur de sortie'') a une réflectance *R* inférieure à, mais proche de, l'unité de façon à coupler la lumière à l'extérieur du résonateur. On définit un coefficient *D* de pertes par aller-retour. Le paramètre *D* représente la fraction du rayonnement perdue dans un aller-retour attribuable à toutes les pertes *sauf* celles associées à la transmission par le miroir de sortie. Bref, *D* prend en compte les pertes associées au miroir arrière, celles distribuées dans le milieu actif, l'absorption et diffusion de lumières aux différents défauts rencontrés, etc. On suppose que le coefficient de gain dans le milieu actif, g [m^{-1}], est uniforme. On néglige aussi le creusement spatial de la courbe de gain provenant de l'onde stationnaire du mode à l'intérieur du résonateur [1]. On supposera aussi que *D* est très faible, ainsi que la transmission du miroir de sortie, *T*.

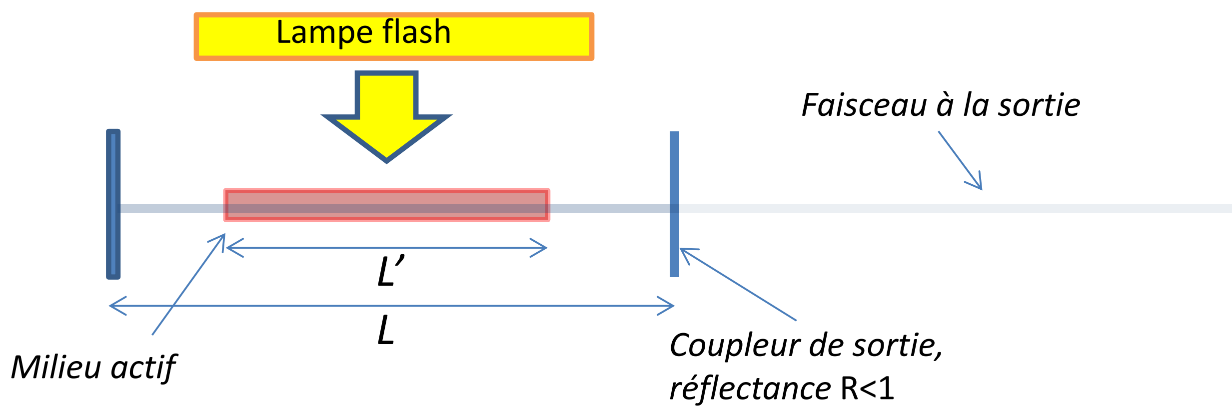

Fig. 1 Schéma d'un laser constitué d'un milieu amplificateur, pompé ici par lampe flash, placé à l'intérieur d'un résonateur.

La condition de seuil, qui est une condition pour le gain, est atteinte lorsque que celui-ci est suffisant pour compenser toutes les pertes dans le résonateur. Si l'on suppose un coefficient de gain, $g \equiv -\alpha$, uniforme dans le milieu actif, dans un aller-retour, le bilan s'écrit :

$$(1-D)R\exp(2gL') = 1\,, \tag{1}$$

où le terme exponentiel provient de la loi de Beer-Lambert, Cf. chapitre 5. Alors, le taux de pompage, qui affecte le coefficient de gain g, doit être suffisant pour que la condition (1) soit satisfaite. La condition (1) en est une en régime stationnaire; elle indique qu'un équilibre est atteint entre le gain et les pertes. Le mécanisme responsable de l'atteinte de cet équilibre est la saturation du milieu amplificateur par l'émission stimulée, Cf. chapitre 11.

Une seconde condition est requise pour obtenir l'oscillation laser : elle concerne l'accord de phase requis pour obtenir une onde stationnaire dans le résonateur. Dans un aller-retour, le déphasage accumulé doit être un multiple de 2π. Cette condition détermine la fréquence d'émission des modes du résonateur. Pour un mode donné, on aura pour un aller simple (Cf. équation 4.13):

$$\frac{2\pi\nu}{c}\left[L'n'+\left(L-L'\right)\right]-\Delta\phi_G=\pi\, p\,, \tag{2}$$

où $\Delta\phi_G$ est le déphasage de Gouy accumulé entre les deux miroirs et *n'* est la partie réelle de l'indice de réfraction dans le milieu actif à la fréquence d'émission. On a négligé les déphasages introduits par les réflexions sur les miroirs. La situation est montrée à la Fig. 2 pour un mode transverse donné TEM_{mn}. La condition de résonance (2) n'est satisfaite que pour des fréquences discrètes bien précises; de plus, seules celles qui chevauchent la courbe de gain du milieu amplificateur seront susceptibles de satisfaire aussi à la condition (1). Maintenant, du fait de l'existence d'une inversion de population, il y aura une distribution de gain, $g\equiv-\alpha$, autour de la longueur d'émission qui est directement reliée à la partie imaginaire de l'indice de réfraction, *n*'', comme suit (Cf. éq. 9.49):

$$\alpha(\lambda)=\frac{4\pi n''(\lambda)}{\lambda}\,, \tag{3}$$

où $n=n'+in''$. La dépendance de l'absorption avec λ, $n''(\lambda)$, va produire, à cause de la relation existant entre les parties réelle et imaginaire de l'indice de réfraction par la relation de Kramers-Kronig [2], une variation de la partie réelle de l'indice de réfraction du milieu actif avec la fréquence, $n'(\nu)$, Cf. Fig. 4 du chap. 9. Ceci se traduit par la présence d'une ondulation dans la courbe de déphasage en fonction de la fréquence de l'onde électromagnétique, $\Delta\phi(\nu)$. Par conséquent, lorsqu'une inversion de population existe, les fréquences d'émission $\nu_{L,q}$ sont légèrement déplacées vers le centre de la courbe de gain ν_0, comme le montre la Fig. 2. On dit alors que le milieu actif *tire* les fréquences de résonance du résonateur vers le centre de la courbe de gain. Ce phénomène s'ajoute à la courbe de dispersion $n'(\lambda)$ du matériau passif, qui affecte la position des fréquences de résonance.

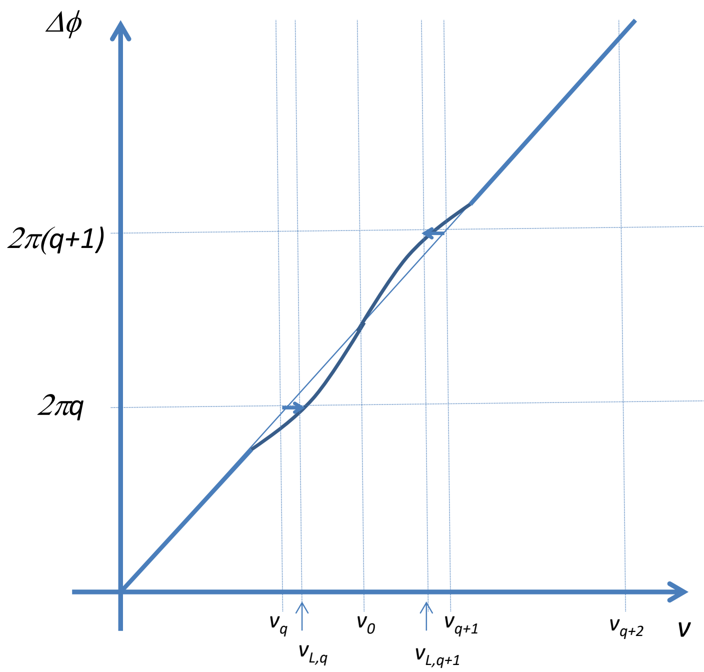

Fig. 2. Déphasage dans un aller-retour en fonction de la fréquence. On suppose qu'une inversion de population est préparée dans le milieu actif. L'ondulation de la courbe $\Delta\phi(\nu)$ provient de la structure de la partie réelle de la susceptibilité électronique de la transition atomique du milieu actif. L'inversion de population tire les fréquences de résonance vers le centre de la raie via son effet sur la partie réelle de l'indice.

12.2 Puissance de sortie

La condition (1) peut s'écrire comme suit:

$$2gL' + \ln(1-D) + \ln(1-T) = 0 \qquad (4)$$

Puisque l'on a supposé que $D<<1$ et $T<<1$, on peut faire un développement limité et on aura :

$$G = D + T \ , \tag{5}$$

où l'on a défini : $G \equiv 2gL'$.

Définissons I_{s+} et I_{s-} comme étant les intensités des ondes qui se propagent en sens opposés, appelés arbitrairement positif et négatif de l'axe du résonateur, Cf. Fig. 1. Or, à partir de l'équation (10.11), on peut voir que le gain saturé G s'exprime, pour un milieu à élargissement homogène, en fonction du gain non saturé, $G_0 \equiv 2g_0L'$, comme suit :

$$G = \frac{G_0}{1 + \dfrac{I_{s+} + I_{s-}}{I_{sat}}} . \tag{6a}$$

Le coefficient de gain non saturé, G_0 est celui obtenu en l'absence d'émission stimulée appréciable, par exemple en l'absence de résonateur. Puisque les pertes sont faibles, le gain le sera aussi et l'intensité restera presque constante avec la position le long de l'axe du résonateur . $I_{s+} \approx I_{s-} \equiv I_s$. On peut alors écrire :

$$G = \frac{G_0}{1 + \dfrac{2I_s}{I_{sat}}} . \tag{6b}$$

La combinaison de (5) et (6b) donne :

$$I = \left(\frac{G_0}{D+T} - 1 \right) \frac{I_{sat}}{2} . \tag{6}$$

L'intensité en sortie I_{sor} est obtenue en multipliant I par la transmittance du coupleur de sortie:

$$I_{sor} = I_s T = \left(\frac{G_0 T}{D+T} - T \right) \frac{I_{sat}}{2} . \tag{7a}$$

L'équation 7a peut s'écrire aussi en fonction du taux de pompage normalisé *r*, sachant que $r = \frac{G_0}{D+T}$:

$$I_{sor} = \frac{TI_{sat}}{2}(r-1), \tag{7b}$$

pour un taux de pompage r supérieur à 1. On voit à partir de l'équation (7a) que l'augmentation de la transmittance du coupleur de sortie a pour effets, d'une part, d'augmenter les pertes du résonateur et, d'autre part, d'augmenter la probabilité que les photons sortent par le coupleur de sortie. Le premier effet est néfaste pour la puissance de sortie puisqu'il contribue à augmenter le seuil d'oscillation; le second effet est bénéfique puisqu'il contribue à augmenter la fraction des photons utilisables en sortie du laser. Il doit donc exister un coefficient de transmission optimal permettant de maximiser la puissance de sortie.

12.3 Coefficient de transmission optimal

Pour trouver la valeur de T qui permettra de maximiser l'intensité à la sortie du laser, il suffit de dériver l'équation (7a) par rapport à T puis de poser le résultat égal à zéro. On trouve la transmittance optimale du coupleur, T_{opt}:

$$T_{opt} = \sqrt{G_0 D} - D \ . \tag{8}$$

En remplaçant ensuite (8) dans (7a), on trouve l'intensité maximale à la sortie obtenue avec ce coupleur de sortie:

$$I_{sor,\max} = \left(\sqrt{G_0} - \sqrt{D}\right)^2 \frac{I_{sat}}{2} \tag{9}$$

Notez que les équations (8) et (9) ne sont valables que pour $G_0 \geq D$, i.e., au-dessus du seuil. Par ailleurs, la valeur de T_{opt} dépend de G_0, qui dépend à son tour de la puissance de pompage disponible. Un exemple de l'intensité à la sortie en fonction de la transmittance du miroir de sortie est montré à la Fig. 3 pour différentes valeurs de D et avec une valeur de G_0 fixée à G_0=0.2, i.e., pour un taux de pompage fixe. On constate l'existence d'une valeur de T qui maximise l'intensité (et donc la puissance) à la sortie.

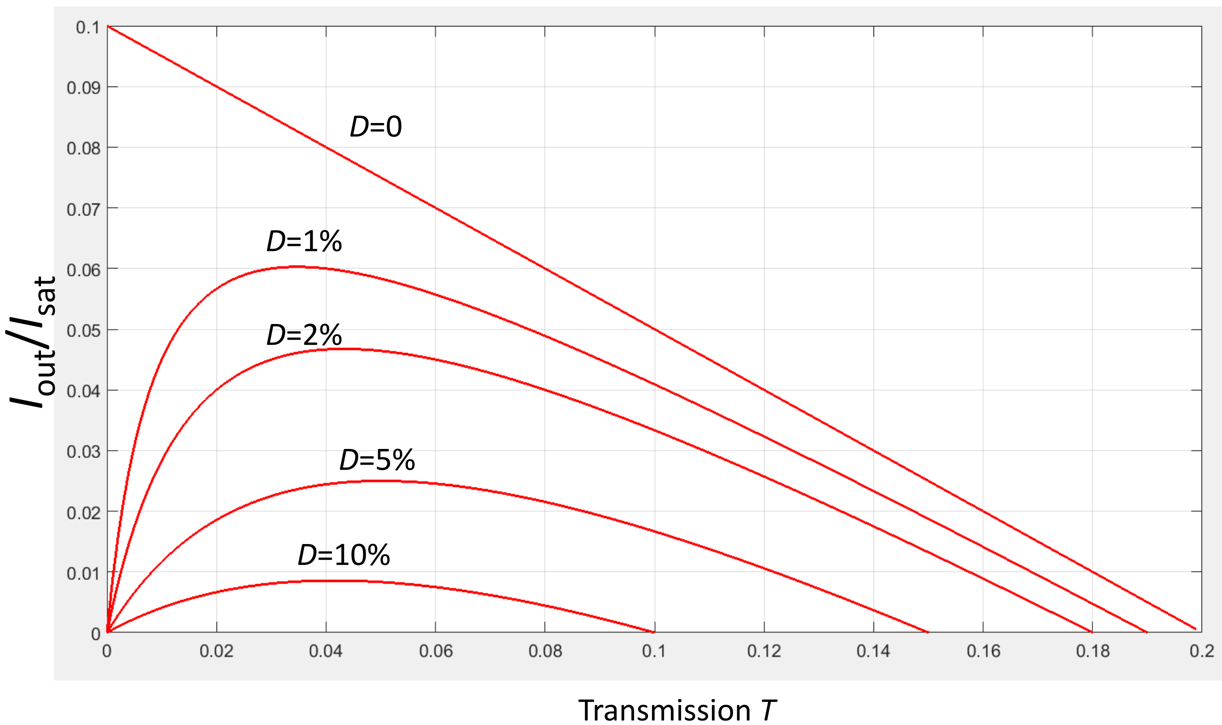

Fig. 3 Intensité à la sortie d'un laser ayant un gain non saturé par aller-retour de G_0=0.2 en fonction de la transmittance du coupleur de sortie pour différentes valeurs de pertes dans le résonateur, autres que celle du coupleur de sortie.

12.4 Efficacité d'extraction maximale

Dans la suite, on suppose que l'absorption des photons de la pompe se fait de façon uniforme dans un volume donné, V_p. L'efficacité d'extraction, η_e, est définie comme le rapport entre la puissance de sortie du laser, P_{sor}, et la puissance de pompage, P_p :

$$\eta_e = \frac{P_{sor}}{P_p} \tag{10}$$

L'efficacité d'extraction maximale s'obtient en multipliant l'équation (9) par la surface S_L du faisceau laser puis en remplaçant dans (10); on trouve :

$$\eta_{e,\max} = \left(\sqrt{G_0} - \sqrt{D}\right)^2 \frac{I_{sat} S_L}{2P_p}. \tag{11}$$

Le paramètre η_e dépend de plusieurs facteurs : d'abord il dépend de la probabilité qu'un photon provenant du faisceau pompe soit absorbé dans le matériau actif, qu'on appelle l'*efficacité d'absorption* η_a ; il dépend aussi de la probabilité que ce photon absorbé produise un atome dans l'état excité de la transition laser, qu'on appelle *efficacité de pompage,* notée η_p. En l'absence d'émission stimulée, le nombre d'atomes excités en régime stationnaire est donné par :

$$N_t = \frac{P_p \tau_{rad}}{h\nu_p} \eta_a \eta_p, \tag{12}$$

où τ_{rad} est la durée de vie du niveau excité. La densité moyenne du nombre d'atomes excités par unité de volume est donnée par :

$$N_2 = \frac{N_t}{V_p}, \tag{13}$$

où V_p est le volume du matériau actif qui reçoit des photons du faisceau pompe.

L'insertion de (12) dans (13) donne :

$$N_2 = \frac{P_p \tau_{rad}}{V_p h\nu_p} \eta_a \eta_p \tag{14}$$

Par ailleurs, pour un système à quatre niveaux idéal, on peut écrire :

$$G_0 \equiv 2g_0 L' = 2\sigma_e N_{20} L' \tag{15}$$

L'insertion de (14) dans (15) donne :

$$P_p = \frac{G_0 V_p h\nu_p}{2\sigma_e \tau_{rad} \eta_a \eta_p L'} \tag{16}$$

Ensuite, le paramètre I_{sat} s'écrit sous la forme:

$$I_{sat} = \frac{h\nu_s}{\sigma_e \tau_{rad}} \tag{17}$$

L'insertion de (16-17) dans (11) donne finalement:

$$\eta_{e,\max} = \left(1 - \sqrt{\frac{D}{G_0}}\right)^2 \eta_a \eta_p \eta_{rec} \eta_q \tag{18}$$

où $\eta_{rec} = V_L / V_p = S_L L' / V_p$ est l'efficacité de recouvrement [3] du faisceau pompe avec le mode et $\eta_q = \nu_s / \nu_p$ est appelé l'efficacité quantique. L'équation (18) est illustrée à la Fig. 4; cette équation illustre l'importance du rapport entre les pertes et le coefficient de gain non-saturé pour l'efficacité d'extraction maximale que peut atteindre un laser.

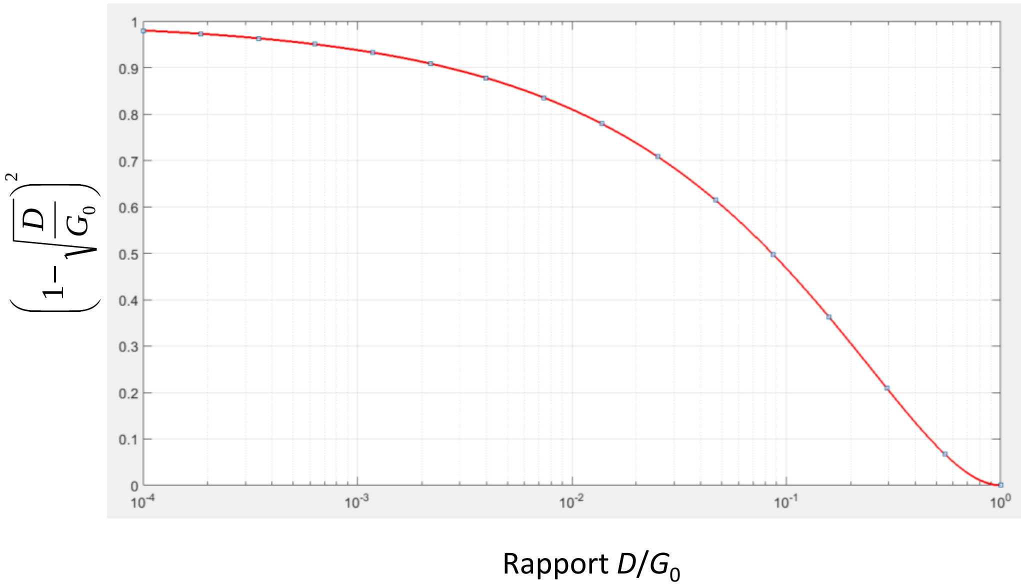

Fig. 4 Contribution des pertes à l'abaissement de l'efficacité d'extraction maximale en fonction du rapport D/G_0. On suppose que la transmittance du coupleur de sortie optimale est utilisée pour chaque valeur de D/G_0 utilisée.

12.5 Conclusions

Pour avoir l'oscillation laser, le gain non saturé doit être suffisant pour dépasser les pertes. Si tel est le cas, la saturation du milieu amplificateur fait en sorte que le gain diminue pour équilibrer les pertes *exactement* en régime stationnaire:

$$(1-D)R\exp(2gL')=1\,. \tag{1}$$

Par ailleurs, la longueur d'onde d'émission doit être telle que la condition de résonance dans le résonateur est atteinte :

$$\frac{2\pi\nu}{c}\left[L'n'+(L-L')\right]-\Delta\phi_G=\pi\,p\,. \tag{2}$$

Cette condition, combinée au spectre d'émission de la transition laser, détermine les fréquences d'émission du laser.

L'intensité à la sortie en fonction des pertes D, de la transmittance T du coupleur de sortie et du gain non saturé, est donnée par :

$$I_{sor} = I_s T = \left(\frac{G_0 T}{D+T} - T \right) \frac{I_{sat}}{2}. \tag{7a}$$

Pour un taux de pompage donné, i.e., pour une valeur de G_0 donnée, il existe une valeur de T, appelée T_{opt}, qui maximise la puissance à la sortie du laser :

$$T_{opt} = \sqrt{G_0 D} - D \ . \tag{8}$$

L'intensité maximale est quant à elle donnée par :

$$I_{sor,\max} = \left(\sqrt{G_0} - \sqrt{D} \right)^2 \frac{I_{sat}}{2}. \tag{9}$$

L'efficacité d'extraction est définie par :

$$\eta_e = \frac{P_{sor}}{P_p}. \tag{10}$$

L'efficacité d'extraction maximale, i.e., obtenue avec le coupleur de sortie optimal, est donnée par :

$$\eta_{e,\max} = \left(1 - \sqrt{\frac{D}{G_0}} \right)^2 \eta_a \eta_p \eta_{rec} \eta_q , \tag{18}$$

où :

η_a est l'efficacité d'absorption, i.e., la probabilité qu'un photon provenant du faisceau pompe soit absorbé par le milieu actif;

η_p est l'efficacité de pompage, i.e., la probabilité qu'un photon absorbé produise un atome dans l'état excité de la transition laser;

$\eta_{rec} = V_L / V_p = S_L L' / V_p$ est l'efficacité de recouvrement du faisceau pompe avec le mode ;

$\eta_q = \nu_s / \nu_p$ est l'efficacité quantique.

On note l'importance de minimiser les *D* dans un résonateur pour avoir la meilleure efficacité possible.

Questions et problèmes :

1. À l'introduction, on suppose que le coefficient de gain dans le milieu actif, g [m^{-1}], est uniforme. Dans quelle(s) situation(s) cette hypothèse s'avère-t-elle être une bonne approximation de la réalité?

2. Quelle est la relation entre g et les sections efficaces effectives d'absorption et d'émission et les populations N_1 et N_2?

3. Vérifier que le sens de l'ondulation du déphasage montré à la Fig. 2 correspond effectivement à une inversion de population ($N_2 > N_1$) et non l'inverse ($N_1 < N_2$).

4. De quelle information additionnelle a-t-on besoin pour déterminer la puissance de sortie P_{sor} à partir de (7)?

5. Démontrer les résultats (8) et (9).

6. À la Fig. 3, on note que, lorsque les pertes D sont nulles, le coupleur optimal tend vers $T \approx 0\%$. Expliquer pourquoi il en est ainsi.

7. Démontrer l'équation (12).

8. Démontrer l'équation (18).

9. Que devient l'équation (18) quand le taux de pompage devient très grand?

10. À la Fig. 4, donner les raisons qui expliquent pourquoi l'efficacité d'extraction n'atteint pas l'unité lorsque D tend vers zéro.

<u>Les questions 11 et 12 concernent un résonateur à onde stationnaire :</u>

11. Reprenez les étapes qui ont conduit à l'équation 7b, cette fois en incluant l'effet du brûlage spatial de trous. Montrer que l'équation 7b devient : $I_{sor} = \frac{TI_{sat}}{2}\left(r - \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{8r+1}\right)$. Indice : utiliser les résultats de questions posées à la fin du chapitre 11.

12. Considérer un résonateur à onde stationnaire dont l'intensité à la sortie du laser est décrite par l'équation donnée à la question 11. Si le coefficient D=1% par aller-retour et G_0=5%, quelle serait la valeur de la transmittance T du coupleur de sortie qui maximiserait la puissance de sortie? Suggestion : calculer la solution numériquement.

<u>Les questions 13 et 14 concernent un résonateur à anneau :</u>

13. Reprenez les étapes qui ont conduit à l'équation 7a pour un résonateur à anneau en utilisant les mêmes approximations que celles utilisées dans ce chapitre.

a) Que devient l'équation 7a?
b) Si l'inversion de population non-saturée dans le barreau, les pertes par cycle dans le résonateur et la transmittance du coupleur de sortie sont les mêmes pour les deux cas, lequel des deux résonateurs donnera la puissance de sortie la plus grande?

14. On se propose de calculer l'intensité à la sortie d'un résonateur à anneau, cette fois pour le cas plus général où le gain n'est pas nécessairement faible. L'intensité dans le barreau amplificateur, Cf. Fig. 5, n'est alors pas à peu près constante et donc la saturation augmente dans celui-ci de gauche à droite à mesure que l'intensité augmente.

a) Tracer l'allure de l'intensité de l'onde progressive en fonction de la distance de propagation en prenant z=0 la position où l'intensité vaut I_0 à l'entrée du milieu actif.

b) Définissons $\Gamma \equiv I(L')/I_0$ et le paramètre de saturation χ, où $\chi \equiv \frac{I_0}{I_{sat}}$. Montrer que Γ est relié au coefficient de gain $G_0 \equiv g_0 L'$ par la relation :

$$\ln(\Gamma) + \chi(\Gamma - 1) = G_0 \qquad (19)$$

c) Que devient l'équation (19) dans l'approximation de faible gain utilisée dans ce chapitre?

d) Établir une relation entre $\frac{I_{out}}{I_{sat}}$ et D, T, et G_0, similaire à l'équation 7a.

e) Tracer $\frac{I_{out}}{I_{sat}}$ en fonction de T pour G_0=0.2 et D=10% avec la relation trouvée en d) et avec le résultat trouvé à la question 13. L'approximation utilisée dans ce chapitre mène-t-elle à une surestimation ou une sous-estimation du résultat exact?

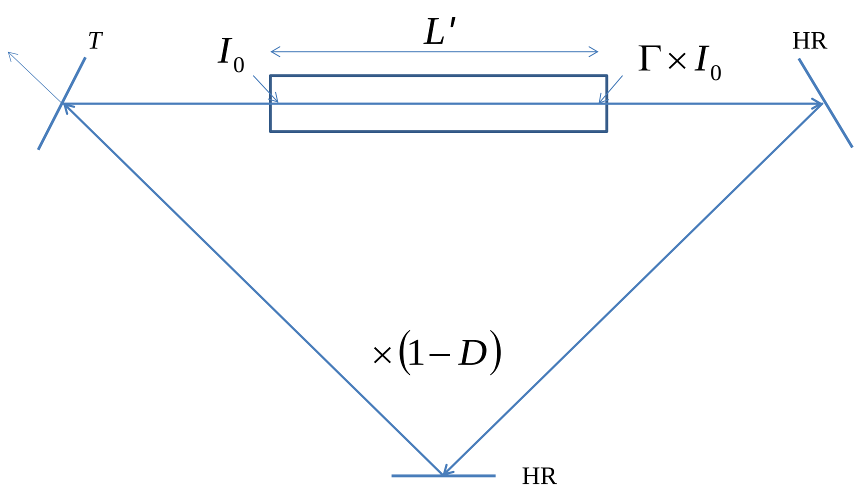

Fig. 5 Schéma d'un résonateur en anneau utilisé à la question 14. Le coupleur de sortie a une transmittance T. On suppose que l'onde perd une fraction D de son intensité entre juste avant la sortie du barreau et juste après son entrée dans celui-ci, à cause de pertes aux causes multiples (diffusion, absorption, etc). Le coefficient D n'inclut pas les pertes du coupleur de sortie.

Références et commentaires

---

[1] Ce cas spécifique sera abordé aux questions 11 et 12 à la fin de ce chapitre.

[2] Voir G. Arfken, *Mathematical methods for physicists*, 3rd Ed. Academic Press, 1985, Chapitre 7.

[3] On a supposé que le volume du milieu actif excité par le faisceau pompe est supérieur ou égal à celui participant à l'oscillation laser, $V_p > V_L$. C'est toujours le cas pour un pompage latéral avec une lampe flash et c'est souvent le cas pour un pompage longitudinal avec une diode laser. Quand le diamètre du faisceau de pompage dans le matériau laser est plus petit que le mode d'émission, l'efficacité de recouvrement est de l'ordre de l'unité; on écrira alors: $\eta_{rec} = \frac{V_L}{\max\{V_p, V_L\}}$.