

Pancharatnam

Le père de la phase géométrique

Jean-François Bisson

Département de physique et d'astronomie

Université de Moncton

Conférence de vulgarisation
2 mars 2022



Shivaramakrishnan Pancharatnam



Pancharatnam (1934-1969). Credit: Indian Academy of Sciences

Physicien indien né à Calcutta, Inde

Fellow de l'Académie indienne des sciences à 25 ans

A fait la plupart de ses travaux au *Raman Research Institute* (Bangalore)

A terminé sa carrière à Oxford

Carrière courte mais prolifique:

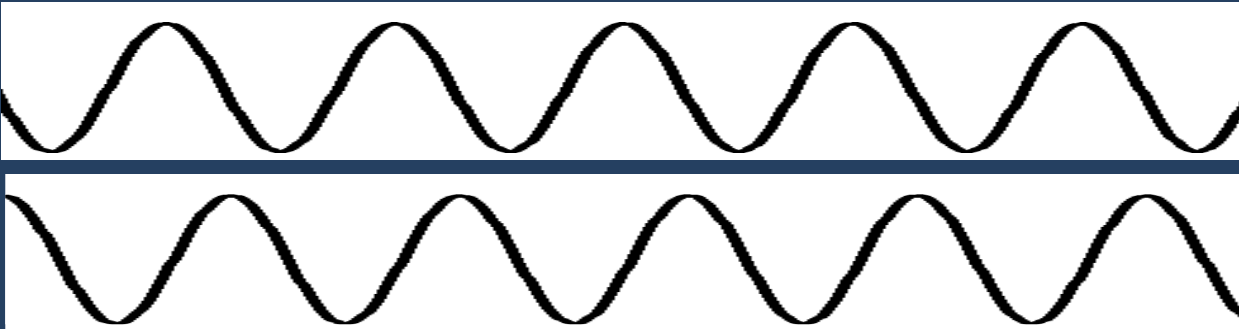
- étudie la polarisation de la lumière dans les matériaux optiquement anisotropes;
- a découvert la phase géométrique en optique;
- a expliqué l'existence d'axes singuliers dans les matériaux anisotropes;
- ...

La lumière: une perturbation électromagnétique

- La lumière est une onde électromagnétique :

$$\vec{E}_1 = E_1 \cos(kz - \omega t + \varphi_1) \hat{i} \qquad \vec{B} = B_1 \cos(kz - \omega t + \varphi_1) \hat{j}$$

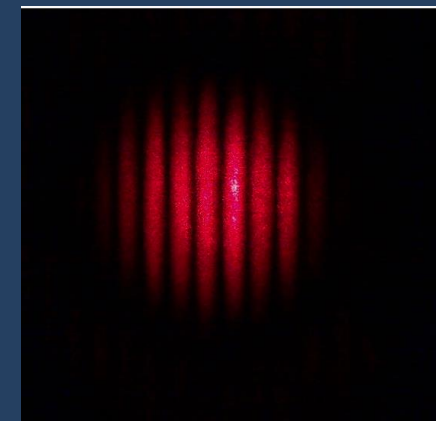
- Les ondes peuvent interférer:



$$\vec{E}_1 = E_1 \cos(kz - \omega t + \varphi_1) \hat{i}$$

$$\vec{E}_2 = E_2 \cos(kz - \omega t + \varphi_2) \hat{i}$$

$$I \propto \langle E^2 \rangle_t = I_1 + I_2 + \underbrace{2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}_{\text{Terme d'interférences}}$$

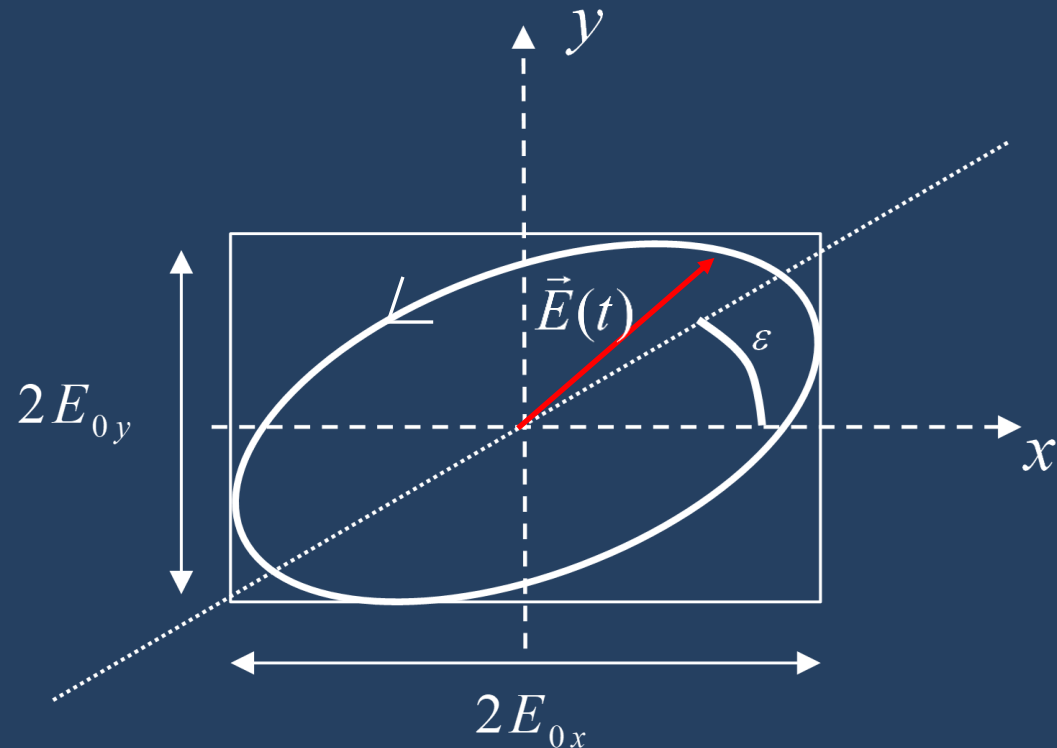


<https://www.f-legrand.fr/scidoc/docmml/sciphys/optique/>

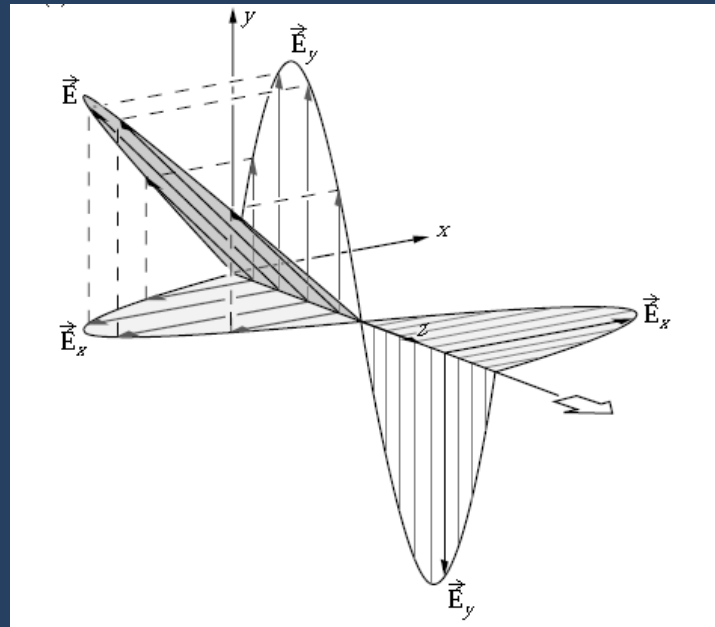
La polarisation de la lumière

$$\vec{E} = E_{0x} \cos(kz - \omega t + \varphi_x) \hat{i} + E_{0y} \cos(kz - \omega t + \varphi_y) \hat{j}$$

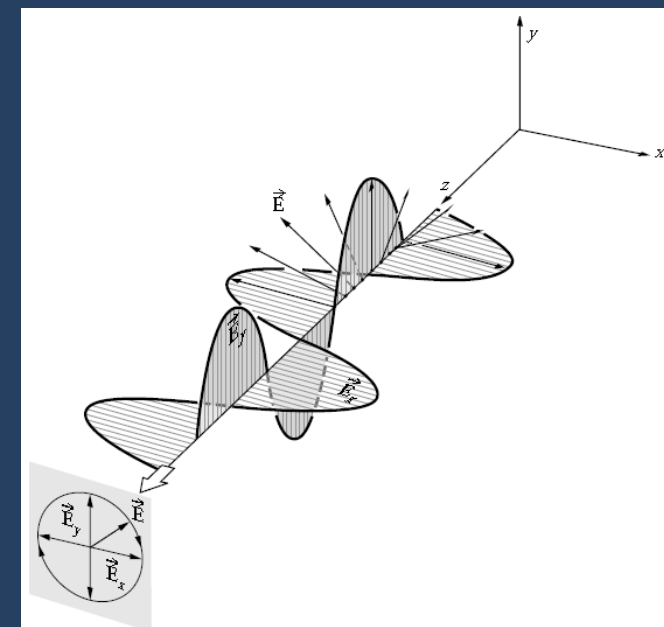
- Le vecteur champ électrique parcourt une ellipse dont l'inclinaison et l'excentricité dépendent des valeurs de E_{0x} , E_{0y} , et $\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$



Polarisation rectiligne

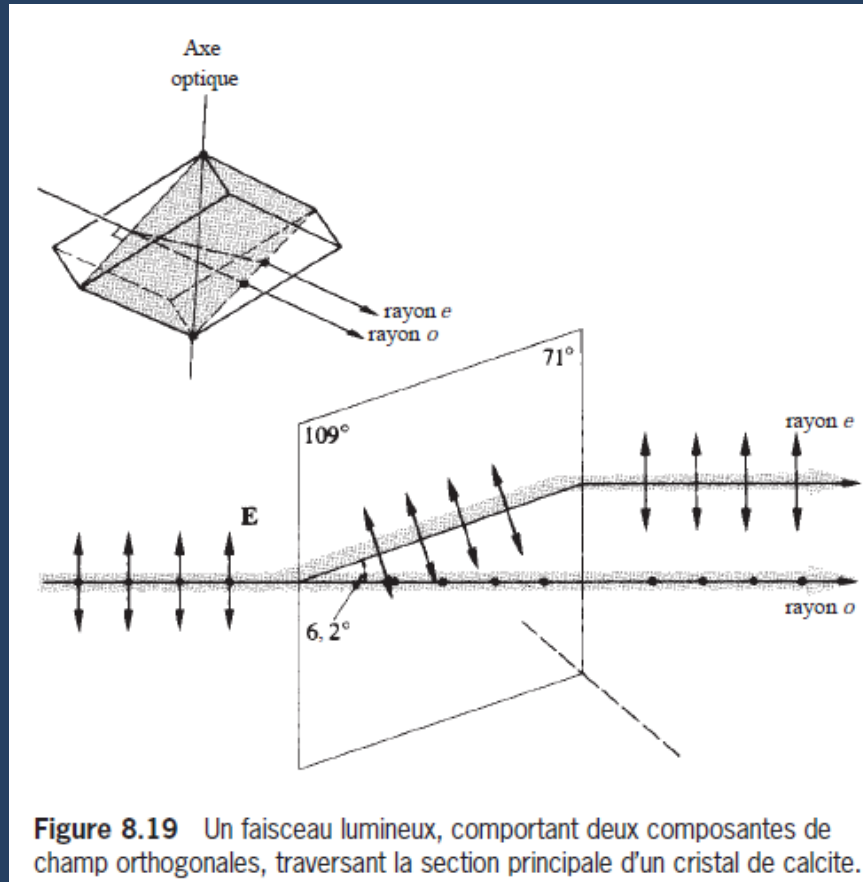
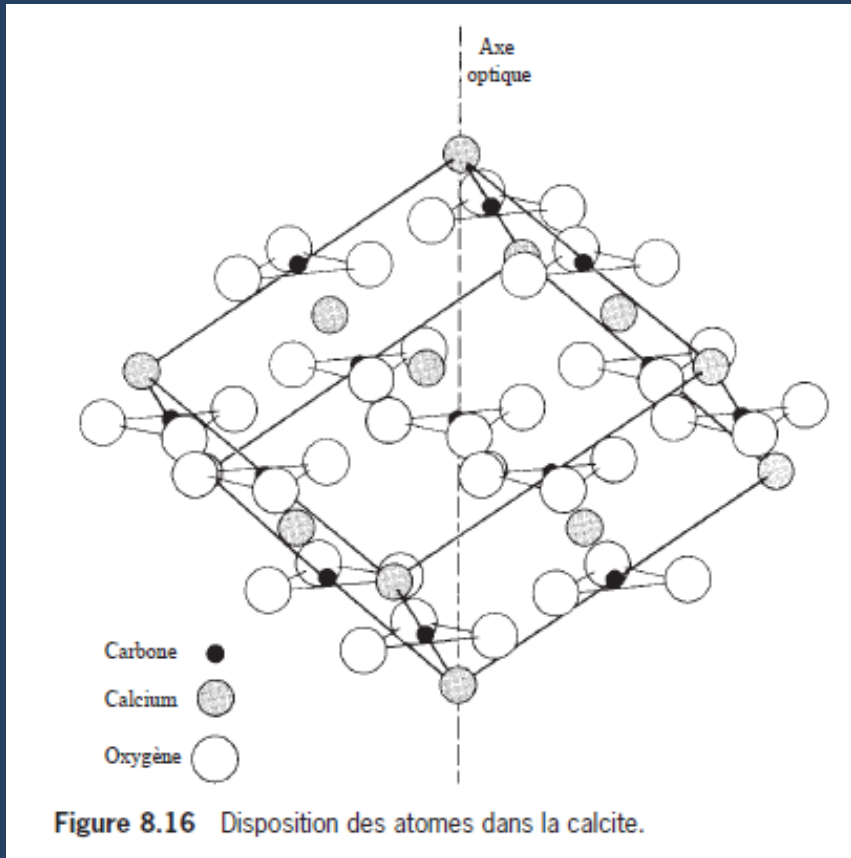


Polarisation circulaire



Réf. Hecht, Optique

Matériaux biréfringents (ex: la calcite CaCO_3)



Réf. Hecht, Optique

La maille élémentaire est celle d'un cube comprimé selon la diagonale principale (maille rhomboédrique)

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_x - n_y) t$$

Deux études de Pancharatnam anticipant la phase géométrique

1. L'observation de franges d'interférences avec la cordiérite
2. L'élimination de la dispersion dans les lames quart d'onde

1. Propagation de la lumière dans les cristaux anisotropes et absorbants

Cordiérite



<https://geology.com/minerals/cordierite.shtml>

THE PROPAGATION OF LIGHT IN ABSORBING BIAXIAL CRYSTALS

II. Experimental

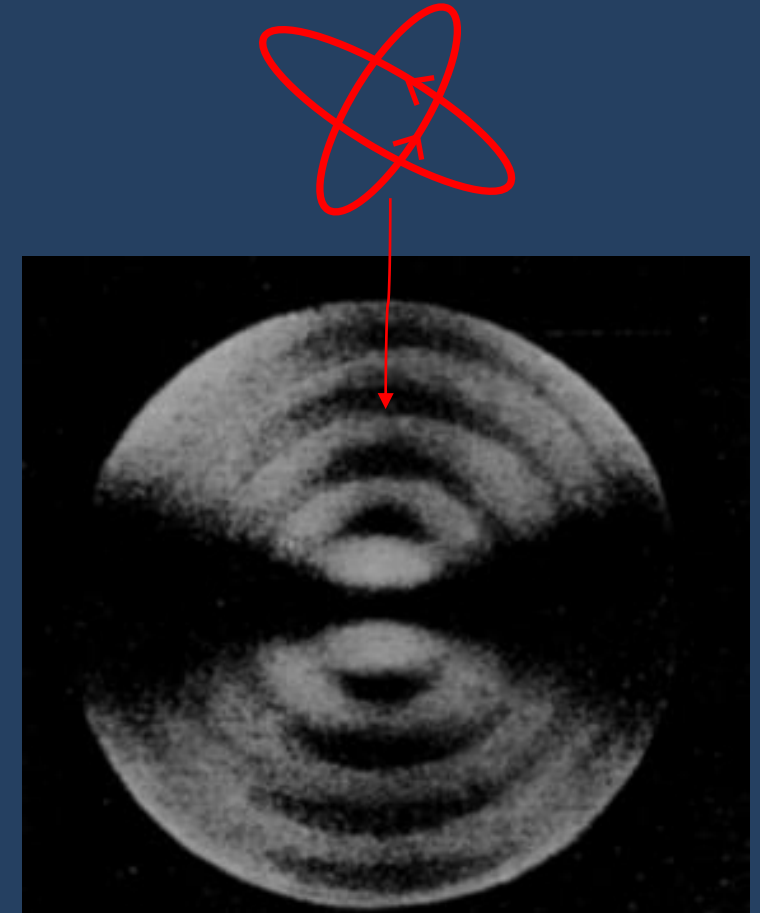
BY S. PANCHARATNAM

(Mémor No. 78 from the Raman Research Institute, Bangalore 6)

Received October 10, 1955

The most interesting feature about Figs. 6 and 9, is, however, the occurrence of the idiophanic interference rings, which appear conspicuous in the plane perpendicular to the axial plane. As the polariser is turned from its position along the axial plane in Fig. 6 to that perpendicular to the axial plane in Fig. 9, the figure changes in a manner which appears to depend on the absorption of the specimen. In the present case, the diameter along which the rings are most conspicuous first turns with the polariser (Fig. 7); next a dark brush gets detached from this diameter and turns round towards the axial plane, while the ring system again turns back towards a position perpendicular to the axial plane (Fig. 8).

The occurrence of idiophanic interference rings cannot be expected if the states of polarisation propagated along any general direction are two orthogonal linear vibrations (as assumed in Mallard's theory), or alternatively two orthogonal elliptic vibrations—as occurs in transparent optically active crystals. For even when two such beams are completely coherent (a condition automatically ensured by polarising the incident light), they will be incapable of interference with one another—unless brought to the same state of vibration by the use of a suitable analyser. The two vibrations propagated along any general direction may therefore be assumed to be two *non-orthogonal* elliptic vibrations, propagated with different velocities and absorption coefficients. (Two elliptic vibrations having their major axes



2. Compensation de la dispersion chromatique en manipulant la polarisation de la lumière

Proceedings of the Indian Academy of Science

Déphasage d'une lame biréfringente:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_x - n_y) t$$

ACHROMATIC COMBINATIONS OF BIREFRINGENT PLATES

Part I. An Achromatic Circular Polarizer

BY S. PANCHARATNAM

(Memoir No. 71 of the Raman Research Institute, Bangalore)

Received March 5, 1955

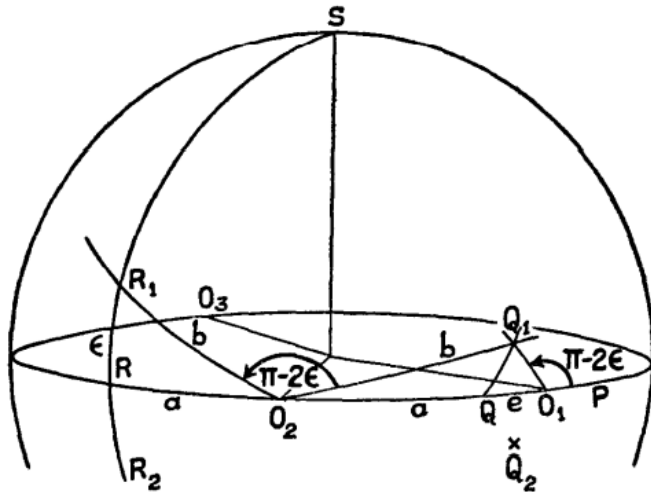


FIG. 1

Polariseur circulaire super-achromatique:

- trois lames du même matériau;
- deux lames demi-ondes suivies d'un quart d'onde.

Compenser la dispersion en manipulant la polarisation (suite)

ACHROMATIC COMBINATIONS OF BIREFRINGENT PLATES

Part II. An Achromatic Quarter-Wave Plate

BY S. PANCHARATNAM

(Memoir No. 71 of the Raman Research Institute, Bangalore)

Received March 5, 1955

SUMMARY

An achromatic quarter-wave plate is obtained by superposing three birefringent plates of the same material; the first and last should have the same retardation $2\delta_1$, their fast vibration directions being parallel to one another but inclined at a specific angle c to that of the central plate—of retardation π . The desired range of achromatism determines the optimum values of $2\delta_1$ and c (which, in turn, will determine the orientation of the effective principal planes of the combination). As an example, using mica retardation plates prepared for Hg 5461, the range from 4100 Å to 6800 Å is covered with $2\delta_1 = 115^\circ 42'$ and $c = 69^\circ 54'$.

Further, for a particular wave-length, a birefringent compensator of variable retardation (0 to 2π) is obtained by interposing a half-wave plate that can be rotated in its own plane, between two quarter-wave plates that have their fast vibration directions parallel.

On place une lame demi-onde entre deux lames biréfringentes identiques ayant leurs axes alignés.

Résultat précurseur de la phase géométrique.

En plaçant une lame demi-onde entre deux lames quart d'ondes ayant leurs axes alignés, on peut changer la phase d'une onde continûment entre 0 et 2π en faisant tourner la $\lambda/2$

L'article pionnier sur la phase géométrique

GENERALIZED THEORY OF INTERFERENCE, AND ITS APPLICATIONS

Part I. Coherent Pencils

BY S. PANCHARATNAM

(Memor No. 88 of the Raman Research Institute, Bangalore-6)

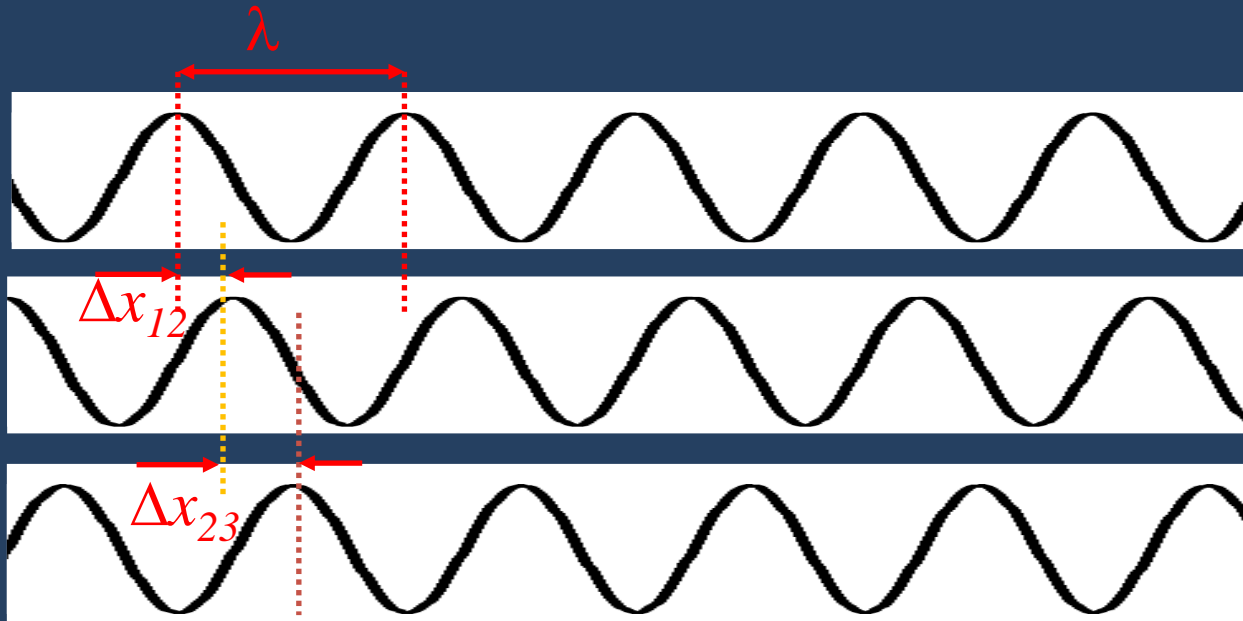
Received October 30, 1956

Répond à deux questions cruciales:

- 1. Définit le déphasage entre deux ondes d'états de polarisation différents;**
2. Montre que le déphasage entre états successifs n'est pas un phénomène purement additif mais dépend de l'évolution de l'état de polarisation entre ces deux états.



Le déphasage entre deux ondes



$$\Delta\phi_{12} = 2\pi \frac{\Delta x_{12}}{\lambda}$$

$$\Delta\phi_{23} = 2\pi \frac{\Delta x_{23}}{\lambda}$$

$$\Delta\phi_{13} = 2\pi \frac{\Delta x_{13}}{\lambda} = \Delta\phi_{12} + \Delta\phi_{23}$$

- Pancharatnam définit le déphasage entre deux ondes comme étant la phase que l'on doit ajouter à une onde pour que l'intensité de leur superposition soit maximale.
- Cette définition permet de traiter le cas de deux états de polarisation différents.
- Le déphasage entre ondes successives paraît être un phénomène purement additif.

Le déphasage en mécanique quantique et en optique

- Le déphasage entre deux fonctions d'onde est donnée par:

$$\varphi_B - \varphi_A = \angle \langle \psi_A | \psi_B \rangle$$

- Avec la polarisation de la lumière, on peut utiliser un formalisme similaire:

$$\vec{E}_A = E_{Ax} \cos(kz - \omega t + \varphi_{Ax}) \hat{i} + E_{Ay} \cos(kz - \omega t + \varphi_{Ay}) \hat{j} \quad \Rightarrow \quad |e_A\rangle = \begin{pmatrix} E_{Ax} \exp(i\varphi_{Ax}) \\ E_{Ay} \exp(i\varphi_{Ay}) \end{pmatrix}$$

$$\langle e_A| = (E_{Ax} \exp(-i\varphi_{Ax}) \quad E_{Ay} \exp(-i\varphi_{Ay}))$$

$$\varphi_B - \varphi_A = \angle \langle e_A | e_B \rangle$$

$$|e_B\rangle = \begin{pmatrix} E_{Bx} \exp(i\varphi_{Bx}) \\ E_{By} \exp(i\varphi_{By}) \end{pmatrix}$$

L'article pionnier sur la phase géométrique

GENERALIZED THEORY OF INTERFERENCE, AND ITS APPLICATIONS

Part I. Coherent Pencils

BY S. PANCHARATNAM

(Memoir No. 88 of the Raman Research Institute, Bangalore-6)

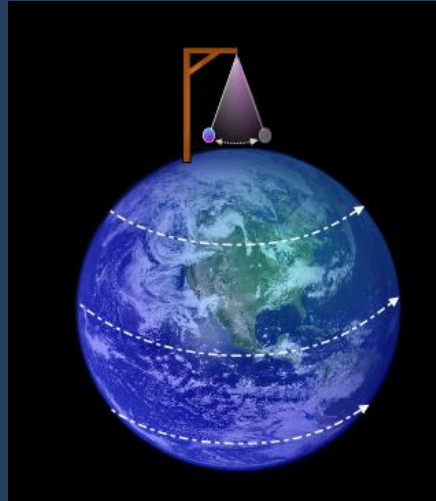
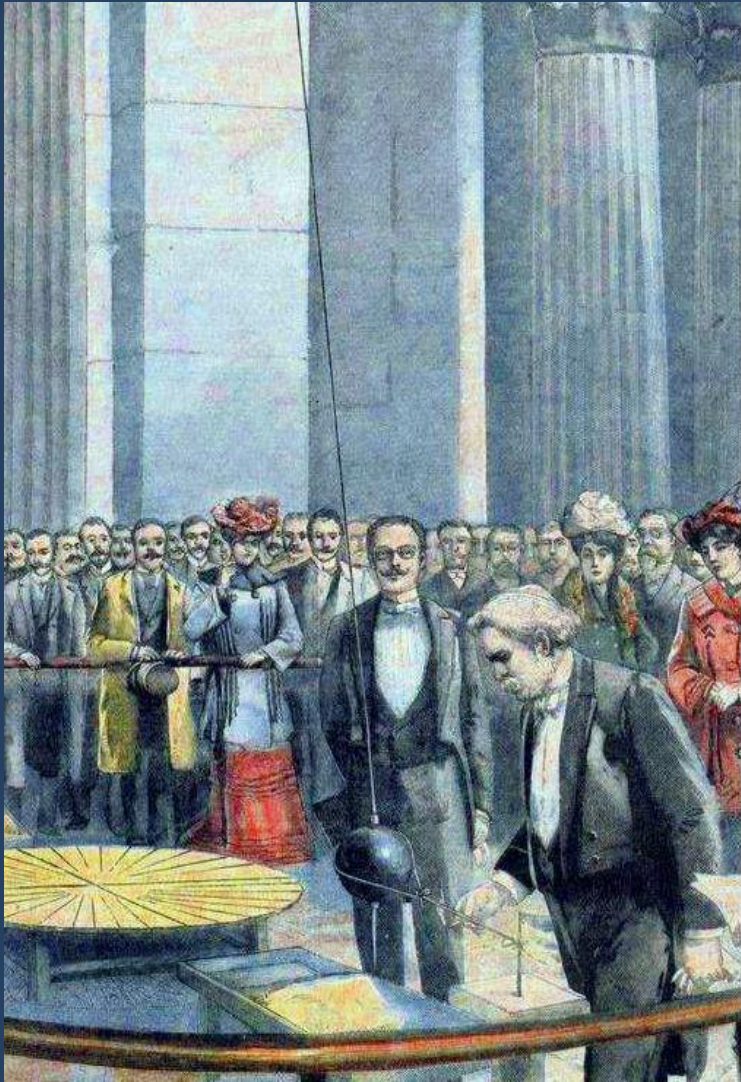
Received October 30, 1956

Répond à deux questions cruciales:

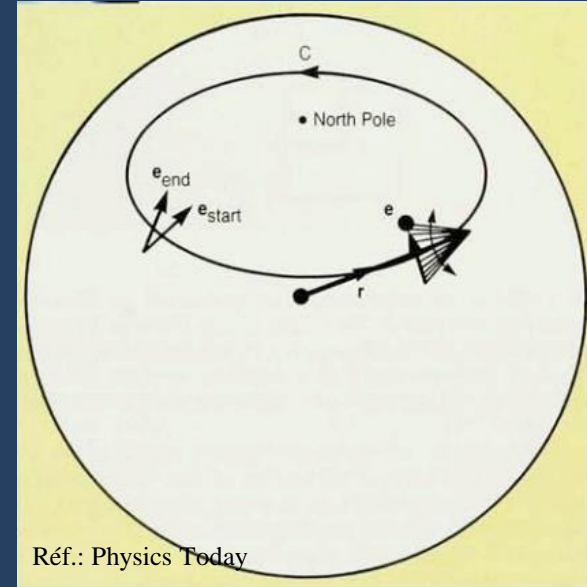
1. Définit le déphasage entre deux ondes d'états de polarisation différents;
2. Montre que le déphasage entre états successifs n'est pas un phénomène purement additif mais dépend de l'évolution de l'état de polarisation entre ces deux états.



Le pendule de Foucault (1851)



Réf.: Wikipedia



Réf.: Physics Today

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0 \sin \theta}$$

- L'angle après une rotation complète est donné par l'angle solide englobé par la trajectoire:

$$\Delta\theta = \Omega_{sol} = 2\pi(1 - \sin \theta)$$

Localement, aucune rotation ne se produit.

Globalement, une rotation se produit qui est imputable à la topologie du phénomène, ici la surface sphérique.

Représentation de la polarisation sur une sphère

COURS DE LA FACULTÉ DES SCIENCES DE ...
PUBLIÉS PAR L'ASSOCIATION AMICALE DES ÉLÈVES ET ANCIENS ÉLÈVES
DE LA FACULTÉ DES SCIENCES

COURS DE PHYSIQUE MATHÉMATIQUE

THÉORIE MATHÉMATIQUE

DE

LA LUMIÈRE

II

Nouvelles études sur la Diffraction. — Théorie de la dispersion de Helmholtz

Leçons professées pendant le premier semestre 1891-1892

PAR

H. POINCARÉ, MEMBRE DE L'INSTITUT

ÉDITÉES PAR

M. LAMOTTE et D. HURMUZESCU

Licenciés en sciences

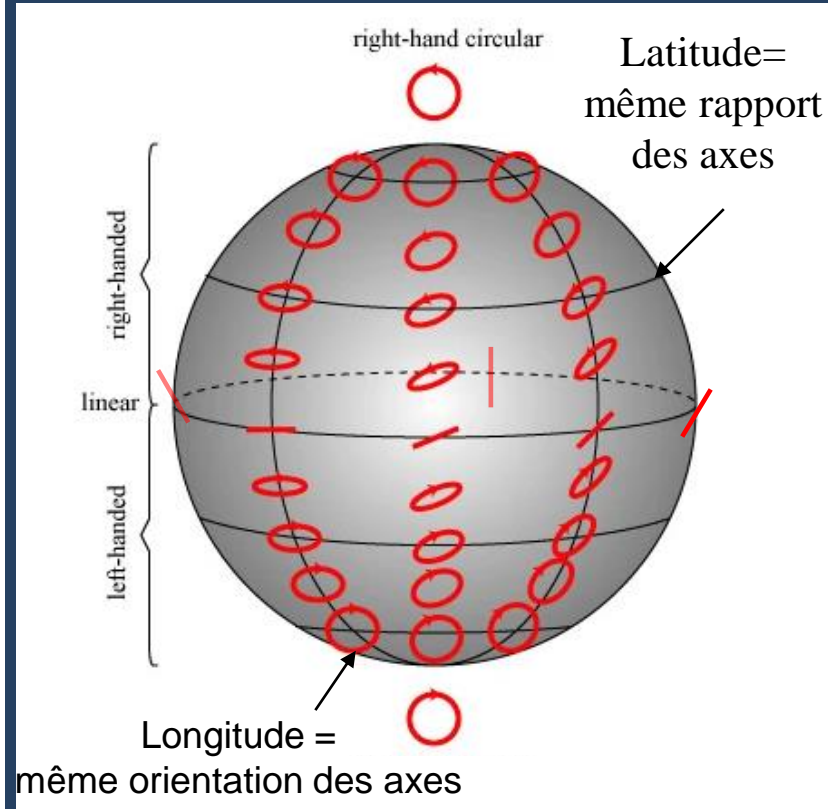
Cf. chapitre 12, par. 155-158

PARIS

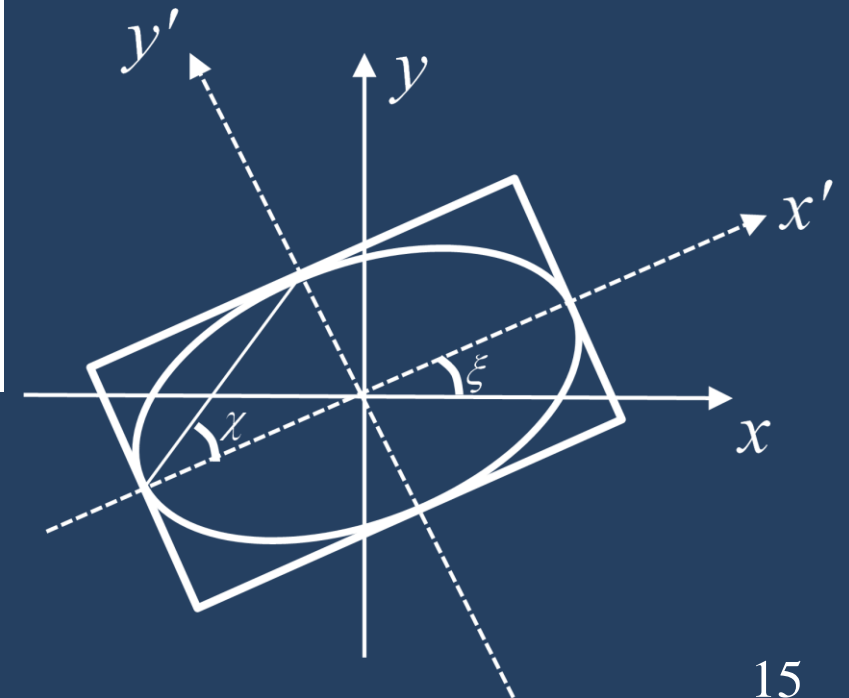
GEORGES CARRÉ, ÉDITEUR

58, RUE SAINT-ANDRÉ-DES-ARTS, 58

1892



- Les états diamétralement opposés sont mutuellement orthogonaux
- L'ellipse de paramètre ξ et χ correspond aux coordonnées de latitude 2χ et de longitude 2ξ .



Transport parallèle avec la polarisation

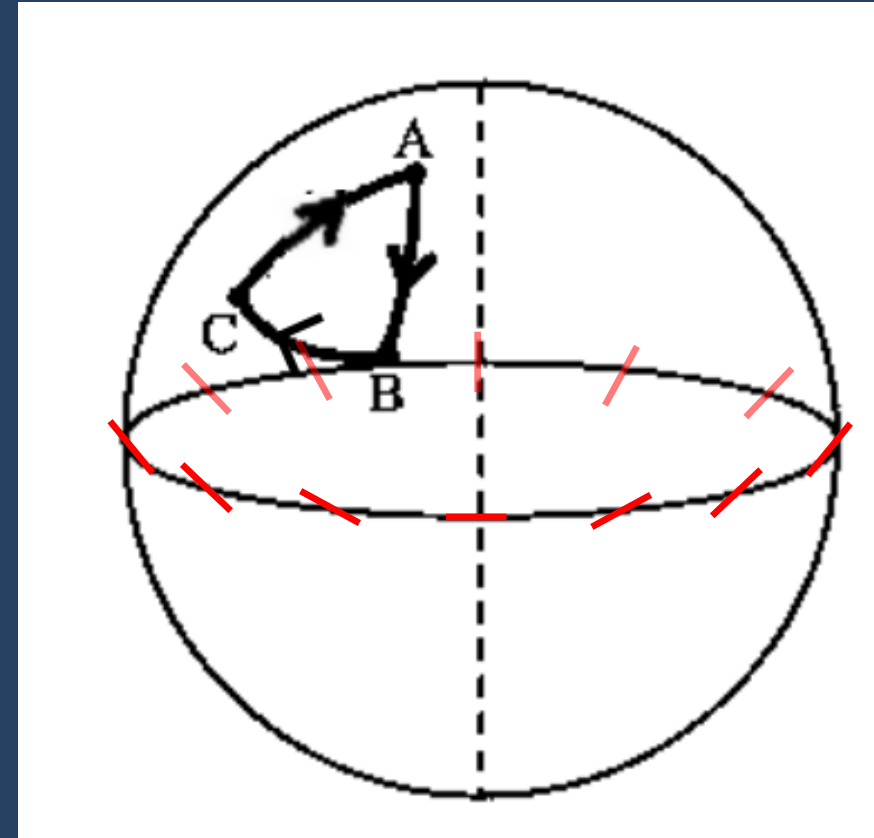
- Dans le cas où on projette l'état A sur B puis sur C, on obtient:

$$\hat{P}_A \hat{P}_C \hat{P}_B |\psi_A\rangle = \exp(i\Phi_G) |\psi_A\rangle$$

↑
opérateur de projection

- Le déphasage Φ_G est donné par moitié de l'angle solide contenu dans ce trajet sur la sphère de Poincaré.

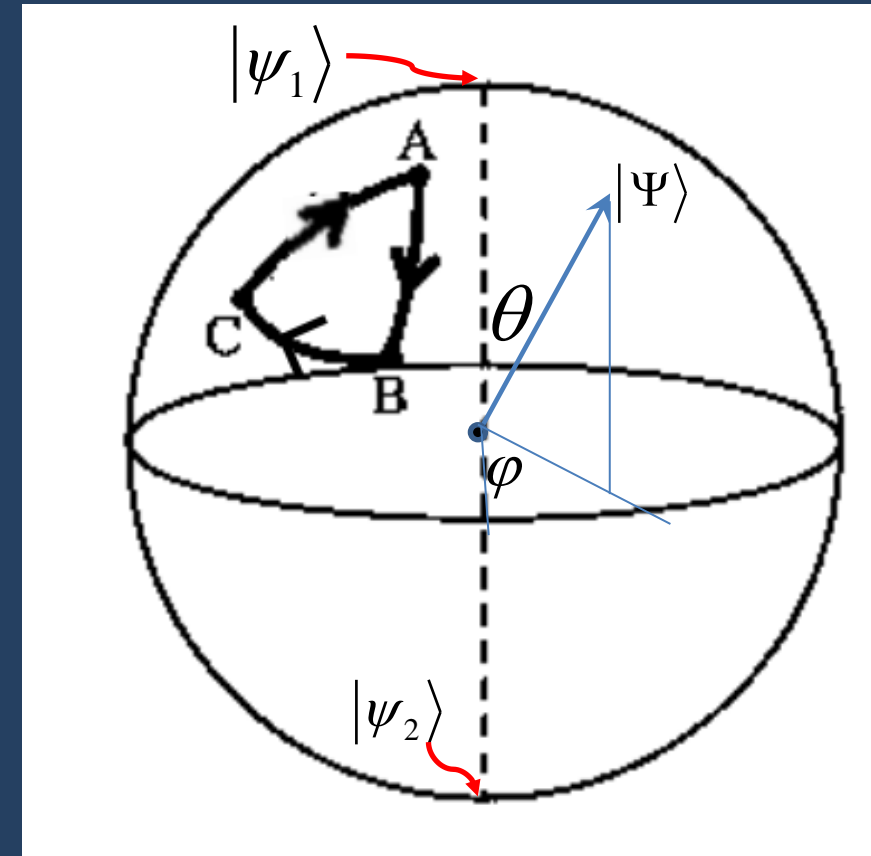
Exemple: une série de polarisateurs tournés de $0, \Delta\phi, 2\Delta\phi, 3\Delta\phi, \dots, \pi$. Après un tour complet, le champ électrique aura tourné de 180 deg. Ceci correspond à un déphasage de π , qui s'ajoute au déphasage dû à la propagation de la lumière.



Ce résultat est en fait très général

- On considère une superposition de deux fonctions d'ondes :
$$|\Psi\rangle = \cos(\theta/2)|\psi_1\rangle + \sin(\theta/2)\exp(i\varphi)|\psi_2\rangle$$
- À un facteur de phase global près, n'importe quel état peut être représenté sur une sphère de latitude θ et de longitude φ .
- Si on considère un passage graduel d'un état initial A , aux états B , C , puis A , l'état final est donné par:

$$\hat{P}_A \hat{P}_C \hat{P}_B |\psi_A\rangle = \exp(i\Phi_G) |\psi_A\rangle \quad \text{où} \quad \Phi_G = \Omega / 2$$

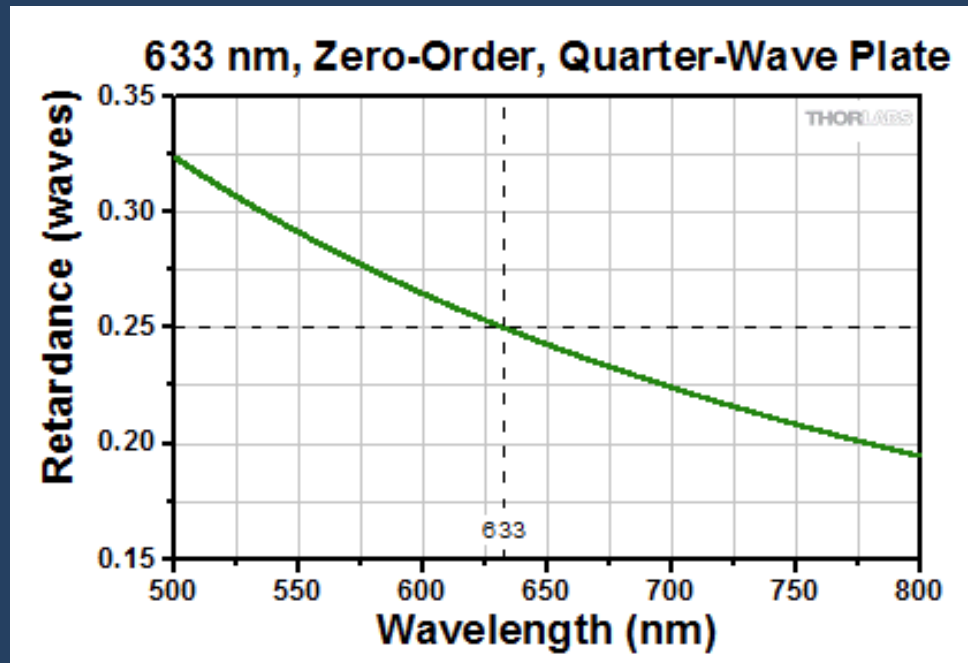


Pour la lumière, cette idée peut être appliquée à deux modes de lumière spatiaux tels que deux faisceaux hélicoïdaux de charges topologiques différentes.

L'héritage de Pancharatnam?



Compenser la dispersion chromatique en manipulant la polarisation de la lumière



[Products Home](#) / [Polarization Optics](#) / [Wave Plates and Variable Retarders](#) / [Achromatic Wave Plates](#) / [Mounted Superachromatic Wave Plates](#)

Mounted Superachromatic Wave Plates

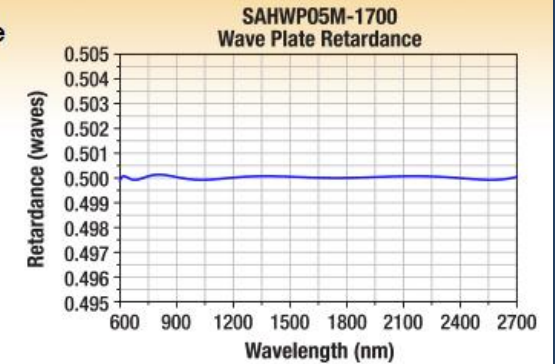
- ▶ Quarter- or Half-Wave Plates
- ▶ Extremely Flat Retardance Over a Super Broadband Range
- ▶ Ø1" Engraved Housing with Ø10.0 mm Clear Aperture



SAQWP05M-700
Quarter-Wave Plate for
325 - 1100 nm



SAHWP05M-1700
Half-Wave Plate for
600 - 2700 nm



Lames à vortex: utiliser la phase géométrique pour créer un faisceau ayant du twist!

Zero-Order Vortex Half-Wave Retarders

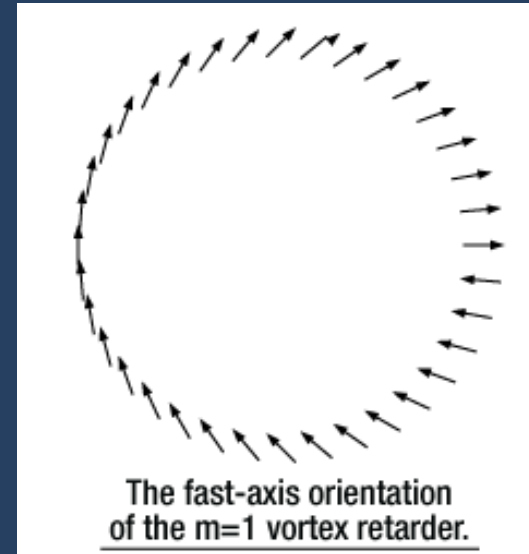
- ▶ Radially and Azimuthally Polarize Light from a Linearly Polarized Source
- ▶ Available as Either an $m = 1$ or $m = 2$ Vortex Retarder
- ▶ Create "Donut Hole" Beam Profiles from Gaussian Beams
- ▶ Center Wavelengths Available from 405 nm to 1550 nm



Application Idea



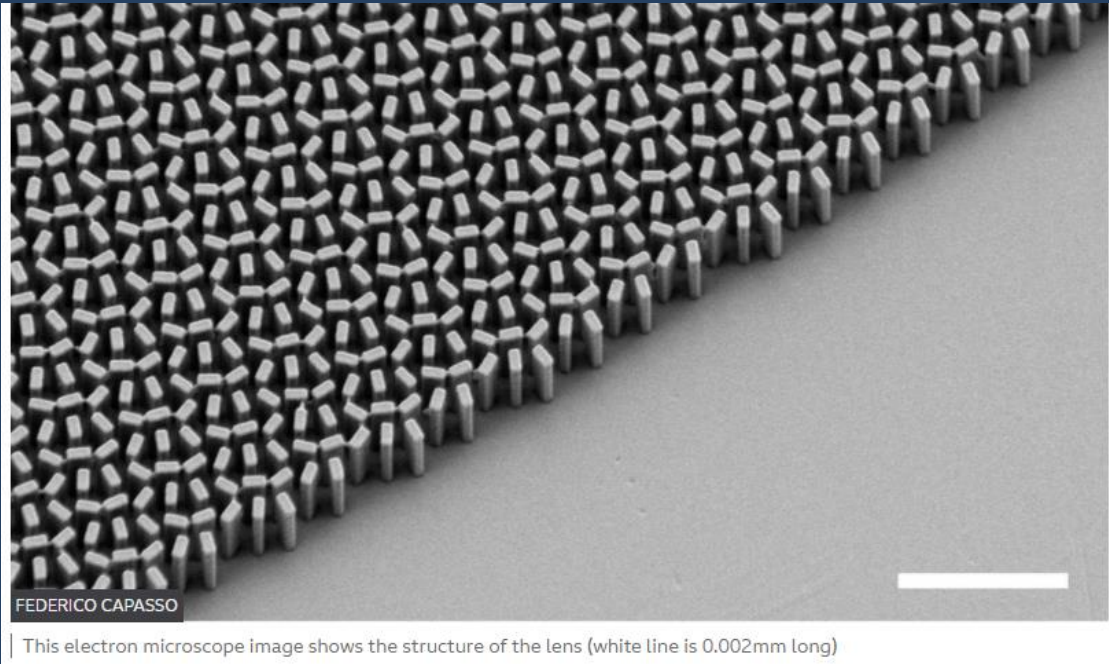
The WPV10-633 Vortex Retarder Mounted in an ST1XY-D XY Translation Mount



Marrucci et al, Phys. Rev. Lett. 2006

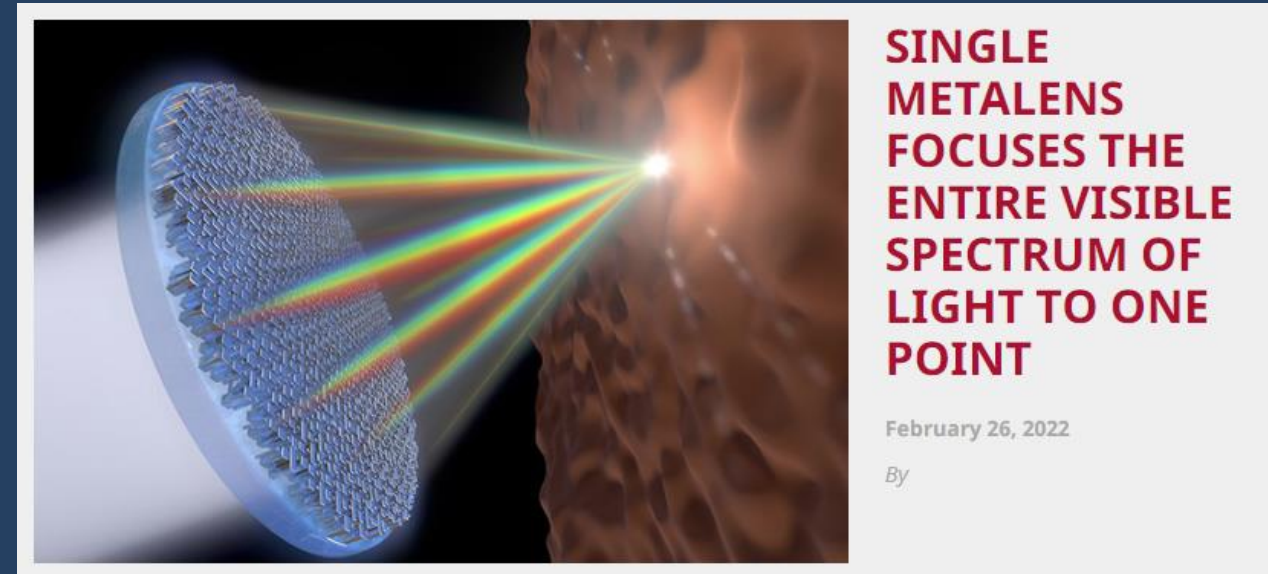
- lame demi-onde inhomogène dont l'axe rapide tourne suivant l'angle azimuthal.
- Une onde polarisée circulairement qui la traverse produit un vortex optique.
 - Le front d'onde hélicoïdal transporte du moment cinétique.
 - Le déphasage s'obtient sans utiliser de composants d'épaisseur variable (ex. : une lentille).

La phase géométrique dans les métamatériaux



This electron microscope image shows the structure of the lens (white line is 0.002mm long)

<https://www.bbc.com/news/science-environment-36438686>



<https://cns1.rc.fas.harvard.edu/single-metalens-focuses-entire-visible-spectrum-light-one-point/>

- Contrôle local de la phase \Rightarrow ingénierie du front d'onde
- Lentilles ultraminces

Mot de la fin

- Les contributions de Pancharatnam à l'optique ont produit plusieurs inventions et ouvert des domaines de recherche:
 - la lame quart d'onde superachromatique,
 - la lame à vortex optique,
 - Les métalentilles
- La phase géométrique a été redécouverte par Berry trente ans après lui; ceci a permis une plus grande diffusion et aussi d'unir conceptuellement une pléthore de phénomènes comme :
 - La rotation du plan de polarisation dans une fibre enbobinée (1987),
 - L'effet Bohm-Aharonov (1959)
- Il reste encore beaucoup de choses importantes à dire sur ce physicien.



Intensité d'une fonction d'onde résultant de deux fonctions d'onde superposées

$$|\Psi\rangle = c_1 |\psi_A\rangle + c_2 |\psi_B\rangle$$

$$\langle\Psi|\Psi\rangle = |c_1|^2 \langle\psi_A|\psi_A\rangle + |c_2|^2 \langle\psi_B|\psi_B\rangle + \underbrace{c_2^* c_1 \langle\psi_B|\psi_A\rangle + c_1^* c_2 \langle\psi_A|\psi_B\rangle}_{\text{Terme d'interférence}}$$

Terme d'interférence

La norme au carré de la fonction d'onde $\langle\Psi|\Psi\rangle$ est maximale si $|\psi_A\rangle$ et $|\psi_B\rangle$ sont en phase.

Il n'y a pas d'interférence entre deux fonctions d'ondes qui sont mutuellement orthogonales; on ne peut donc pas définir leur déphasage mutuel avec la définition de Pancharatnam.

Propagation de la lumière dans les cristaux anisotropes absorbants

THE PROPAGATION OF LIGHT IN ABSORBING BIAXIAL CRYSTALS—I. THEORETICAL

BY S. PANCHARATNAM

(Memoir No. 75 from the Raman Research Institute, Bangalore 6)

Received July 28, 1955

THE PROPAGATION OF LIGHT IN ABSORBING BIAXIAL CRYSTALS

II. Experimental

BY S. PANCHARATNAM

(Memoir No. 78 from the Raman Research Institute, Bangalore 6)

Received October 10, 1955

- Pancharatnam étudie des matériaux possédant à la fois de la biréfringence des différences dans l'absorption selon le plan de polarisation de la lumière.
- Il montre que pour ces matériaux, les axes principaux peuvent différer pour la biréfringence et la diatténuation.
- Ceci mène à la création d'états propres de polarisation qui ne sont pas mutuellement orthogonaux.
- Ces ondes peuvent interférer entre elles sans polariseur à la sortie.

Transport parallèle en mécanique quantique

- Le transport parallèle en optique (et en mécanique quantique!) s'interprète comme une projection sur les états voisins.

- L'opérateur de *projection sur* ψ_A : $\hat{P}_A \equiv |\psi_A\rangle\langle\psi_A|$

$$\hat{P}_B |\psi_A\rangle = |\psi_B\rangle\langle\psi_B|\psi_A\rangle = \langle\psi_B|\psi_A\rangle|\psi_B\rangle \equiv \exp(i\Phi)|\psi_B\rangle$$

- La fonction d'onde $\exp(i\Phi)|\psi_B\rangle$ est en phase avec $|\psi_A\rangle$

$$\hat{P}_A\hat{P}_B\hat{P}_C|\psi_A\rangle = \exp(i\Phi_G)|\psi_A\rangle$$