

**Chap. 13 de Howell:
Analyse factorielle
de variance:
Principes
d'expérimentation**

**Plans à groupes
indépendants:
organisation**

⊕ Organisation factorielle:
2 variables et plus
produit cartésien des
niveaux

Longueur de la liste	Type de mots	
	Abstrait	Concrets
10 mots	n_{11}	n_{12}
20 mots	n_{21}	n_{22}
30 mots	n_{31}	n_{32}

**Dro-
gue
liste**

Dro- gue liste	mot	mot	
		con.	abs.
10	10	con.	abs.
	100	con.	abs.
20	10	con.	abs.
	100	con.	abs.

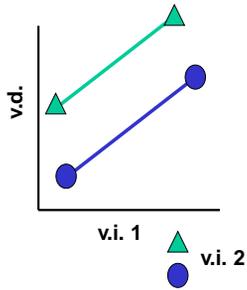
Plans factoriels à groupes indépendants: notion particulière

◆ Effet principal

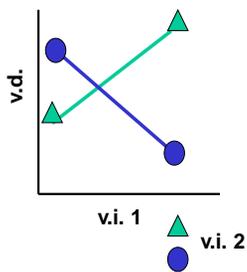
◆ Effet d'interaction

L'effet d'une variable indépendante n'est pas le même à tous les niveaux de l'autre variable indépendante

Graphique d'un effet principal



Graphique d'un effet d'interaction



Rappel (1)

• Laquelle des 2?

• **Permutations:** assemblage d'objets quand la séquence d'assemblage fait une différence

• **Combinaisons:** assemblage d'objets quand la séquence d'assemblage **ne** fait **pas** de différence

$$P_r^N = \frac{N!}{(N-r)!} \quad C_r^N = \frac{N!}{r!(N-r)!}$$

Limite des plans factoriels: multiplication des facteurs

- Si pour 2 facteurs, il y a 1 interaction;
- pour 3 facteurs, il y a 4 interactions;
- pour 4 facteurs, il y a 11 interactions;
- pour 5 facteurs, il y a 26 interactions.
- pour X ..., ...

Rappel (2)

Au début de tout se trouve la variance,

soit l'éloignement d'une mesure (X_i) par rapport à sa tendance centrale

Rappel (3)

Cette variance sera décomposée en deux sources de variance, chacune décomposable.

Une nouvelle notation sera utilisée

Analyse factorielle de variance: Principes statistiques (1)

$$SC_{total} = SC_{traitement} + SC_{erreur}$$

$$SC_{erreur} = SC_{total} - SC_{traitement}$$

N.B.: traitement s'appelle maintenant cellules dans Howell

Analyse factorielle de variance: Principes statistiques (2)

2 soustractions

$$SC_{erreur} = SC_{total} - SC_{traitement}$$

**Calcul de l'analyse de variance:
les sommes de carré (1)**

$$SC_{\text{Total}} = \sum (X - \bar{X})^2 = \sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}$$

$$SC_{\text{traitement}} = \sum (\bar{X}_j - \bar{X})^2 = \frac{\sum T_j^2}{n} - \frac{(\sum X)^2}{N}$$

$$SC_{\text{erreur}} = \sum (X_{ij} - \bar{X}_j)^2 = \sum X^2 - \frac{\sum T_j^2}{n}$$

**Calcul de l'analyse de variance:
les sommes de carré (2)**

Longueur de la liste	Type de mots	
	Abstrais	Concrets
10 mots	n ₁₁	n ₁₂
20 mots	n ₂₁	n ₂₂
30 mots	n ₃₁	n ₃₂

$$SC_{\text{traitement}} = \sum (\bar{X}_j - \bar{X})^2 = \frac{\sum T_j^2}{n} - \frac{(\sum X)^2}{N}$$

$$SC_A = \sum (\bar{X}_a - \bar{X})^2 = \frac{\sum T_a^2}{nb} - \frac{(\sum X)^2}{N}$$

$$SC_B = \sum (\bar{X}_b - \bar{X})^2 = \frac{\sum T_b^2}{na} - \frac{(\sum X)^2}{N}$$

**Calcul de l'analyse de variance:
effet de l'interaction**

- ♦ [Rappel](#)

- ♦ [Interprétation d'une interaction significative](#)
 - > graphique
 - > comparaisons multiples
 - > calculs d'effet simple d'une variable indépendante aux niveaux de l'autre variable indépendante

**Comparaison des
variances:
le rapport F**

$$F_{(k-1, N-k)} = \frac{CM_{\text{traitement}}}{CM_{\text{erreur}}}$$

où k-1 et N-k sont
les dl du rapport F

**Calcul de l'analyse de
variance:
des sommes de carré
aux carrés moyens**

$$CM_{\text{traitement}} = \frac{SC_{\text{traitement}}}{k-1}$$

$$CM_{\text{erreur}} = \frac{SC_{\text{erreur}}}{N-k}$$

**Analyse factorielle
de variance:
Principes
statistiques (3)
les degrés de liberté
(dl)**

$$N_{\text{total}} = N - 1 \quad k = a \times b$$

$$dl_A = a - 1 \quad dl_B = b - 1$$

$$dl_{\text{interaction}} =$$

$$dl_{\text{erreur}} = N - k$$

**Analyse factorielle
de variance:
Principes
statistiques (4)
les carrés moyens
(CM)**

chaque carré moyen
s'obtient par la
division de sa SC par son dl

Le test F est un rapport de
variance, soit le carré moyen
d'un traitement divisé par le
carré moyen d'erreur

**Rappel (4):
les étapes des tests
statistiques**

- 1) Formulation de l'hypothèse nulle et de l'hypothèse alternative
- 2) Sélection d'un test et du seuil alpha
- 3) Détermination des dl et de la valeur critère
- 4) Calcul
- 5) Décision eu égard à l'hypothèse nulle
- 6) Formulation d'une conclusion

**Un exemple de
calcul**

I. Lettré, une chercheure de réputation internationale, présente des mots simples de type CVC (ex.: bol) en lettrage conventionnel ou en italique en des temps d'exposition courts et très courts. Elle enregistre le nombre d'erreurs d'identification de mots faites par 20 participants et participantes

Le Tableau d'analyse de v

Source de variation	SC	dl	CM	F	p
Type de lettrage					
Temps d'exposition					
Type de lettrage x Temps d'exposition					
Erreur					
Total					

Trois hypothèses (1)

Hypothèse nulle # 1: Il n'y aura pas plus d'erreurs dans un type de lettrage que dans l'autre

Hypothèse alternative # 1:

Hypothèse nulle # 2: Il y aura autant d'erreurs au temps d'exposition court qu'au temps d'exposition très court

Hypothèse alternative # 2:

Trois hypothèses (2)

Hypothèse nulle # 3: Il y aura autant d'erreurs dans chacune des quatre conditions du plan factoriel composé par le type de lettrage et la durée du temps d'exposition

Hypothèse alternative # 3:

**Les sommes de carré
dans le calcul de
l'analyse de variance:**

rappel

$$SC_{\text{Total}} = \sum (X - \bar{X})^2 = \sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}$$

$$SC_{\text{traitement}} = \sum (\bar{X}_j - \bar{X})^2 = \frac{\sum T_j^2}{n} - \frac{(\sum X)^2}{N}$$

$$SC_{\text{erreur}} = \sum (X_{ij} - \bar{X}_j)^2 = \sum X^2 - \frac{\sum T_j^2}{n}$$

Letrage normal (A1)		Letrage Italique (A2)					
mec (B1)	msec (B2)	msec (B1)	msec (B2)	A1B1 ²	A1B2 ²	A2B1 ²	A2B2 ²
90	45	90	45				
7	5	3	11				
8	6	4	12				
9	7	5	13				
10	8	6	14				
11	9	7	15				

**Calcul de l'analyse de
variance:
les sommes de carré (1)**

	A1 Lettrage normal	A2 Lettrage Italique	Total
B1 90 ms	,	;	,
B2 45 ms	;	,	,
Total		,	

**Calcul de l'analyse de variance:
les sommes de carré
(2)**

$$SC_A = \sum \left(\bar{X}_a - \bar{X} \right)^2 = \frac{\sum T_a^2}{nb} - \frac{(\sum X)^2}{N}$$

$$SC_B = \sum \left(\bar{X}_b - \bar{X} \right)^2 = \frac{\sum T_b^2}{na} - \frac{(\sum X)^2}{N}$$

$$SC_{AxB} = SC_{traitement} - SC_A - SC_B$$

$$SC_A = \sum \left(\bar{X}_a - \bar{X} \right)^2 = \frac{\sum T_a^2}{nb} - \frac{(\sum X)^2}{N}$$

$$SC_B = \sum \left(\bar{X}_b - \bar{X} \right)^2 = \frac{\sum T_b^2}{na} - \frac{(\sum X)^2}{N}$$

$$SC_{AxB} = SC_{traitement} - SC_A - SC_B =$$

Le tableau d'analyse de variance

Source de variation	SC	dl	CM	F	p
Type de lettrage	5	1	5.0	2.00	>.05
Temps d'exposition	45	1	45.0	18.00	<.05
Type de lettrage x Temps d'exposition	125	1	125.0	50.00	<.05
Erreur	40	16	2.5		
Total	215	19			

Deux indices de la taille de l'effet

$$\eta^2 = \frac{\sigma_{\text{traitement}}^2}{\sigma_{\text{total}}^2} = \frac{SC_{\text{total}} - SC_{\text{erreur}} - SC_{\text{traitement}}}{SC_{\text{total}}}$$

$$\omega^2 = \frac{\sigma_{\text{traitement}}^2}{\sigma_{\text{total}}^2} = \frac{SC_{\text{traitement}} - (k-1)CM_{\text{erreur}}}{SC_{\text{total}} - CM_{\text{erreur}}}$$

Présentation des résultats de l'analyse de variance en style APA

- Tableau, voir manuel p. 129
- Texte, voir p. 117
- exemple:

6^e éd.

Les participants font plus d'erreurs ($M=10,0$) quand ils voient les lettres pour un court laps de temps que pour une durée de présentation plus longue ($M=7,0$), $F(1, 16) = 18.00$, $p < .05$, $\eta^2 = 0.21$.

Un autre exemple de calcul

Un schème à groupes indépendants (intersujets) $2 \times 2 \times 3$.

Les données

A1						A2					
B1			B2			B1			B2		
C1	C2	C3									
1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
4	2	1	2	2	3	2	2	1	2	1	1
	3	6	1	5			0	1	3	7	
1	1	2	1	3	4	2	6	1	7	1	1
8	2	2	1	3	4	1	8	8	6	1	2

Les carrés des val

A1						A2					
B1			B2			B1			B2		
C1	C2	C3	C1	C2	C3	C1	C2	C3	C1	C2	C3
16	529	256	441	625	1024	36	4	400	121	529	289
324	225	729	196	1089	1764	16	36	225	49	196	256
64	441	529	361	900	2116	169	64	64	36	169	625
100	169	196	676	400	1600	49	144	289	256	144	144

Grand total
19080

$SC_{total} =$
 $SC_{traitement} =$
 $SC_{erreur} = SC_{total} - SC_{traitement} =$

Calculs des totaux des effets principaux de A, B, et C

A1				A2							
B1		B2		B1		B2					
C1	C2	C3	C1	C2	C3	C1	C2	C3			
4	23	16	21	25	32	6	2	20	11	23	17
18	15	27	14	33	42	4	6	15	7	14	16
8	21	23	19	30	46	13	8	8	6	13	25
10	13	14	26	20	40	7	12	17	16	12	12
40	72	80	60	108	160	30	28	66	40	62	70

Grand tot
830

A1 = 540

A2 = 290

B1 = 310

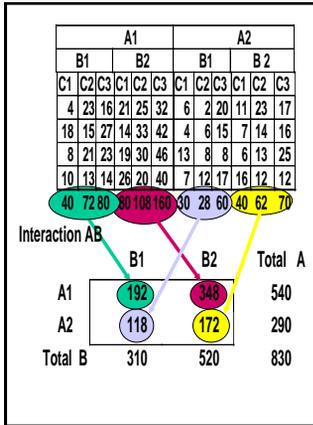
B2 = 520

C1 = 40 + 80 + 30 + 40 = 290
 C2 = 72 + 108 + 28 + 62 = 270
 C3 = 80 + 160 + 60 + 70 = 370

$$\begin{aligned}
 SC_A &= \frac{(540)^2}{24} + \frac{(290)^2}{48} - \frac{(830)^2}{96} = \\
 &= \frac{291600 + 84100}{48} - \frac{688900}{96} = \\
 &= \frac{375700}{96} - \frac{688900}{96} = \frac{375700 - 688900}{96} = \frac{-313200}{96} = -3262.5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SC_B &= \frac{(310)^2}{24} + \frac{(520)^2}{48} - \frac{(830)^2}{96} = 918.75
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SC_C &= \frac{(190)^2}{16} + \frac{(270)^2}{48} + \frac{(370)^2}{48} - \frac{(830)^2}{96} = 1016.67
 \end{aligned}$$



$$SC_{\text{intercondAB}} = \frac{(192)^2 + (348)^2 + (118)^2 + (172)^2}{12} - 14352.08 = 2437.58$$

$$SC_{\text{AB}} = SC_{\text{intercondAB}} - SC_A - SC_B = 2437.58 - 1302.08 - 918.75 = 216.75$$

