

# Un ruban étrange, celui de Möbius

Donald Violette

Département de mathématiques et statistique

Université de Moncton, Canada

Il existe une surface dans l'espace à 3 dimensions n'ayant qu'une seule face (un seul côté). Il peut être difficile d'imaginer une surface ne possédant qu'une seule face, mais en revanche une telle surface est très facile à construire, un enfant à la maternelle peut le faire. Il suffit de prendre une bande de papier mince ou de carton léger de forme rectangulaire, fixer l'une de ses extrémités et faire subir une rotation d'un demi-tour (de 180 degrés) à l'autre extrémité. Ensuite, vous attachez les deux extrémités ensemble à l'aide de ruban adhésif. Vous obtenez un ruban qui a la forme d'un cylindre tordu, appelé un **ruban de Möbius** (mathématicien allemand qui en est l'inventeur et c'est sa plus célèbre invention). Ce ruban n'a qu'une seule face; pour s'en rendre compte facilement, il suffit de le colorier et s'apercevoir que l'on revient au point de départ après avoir tout colorié sans avoir "changé de côté". Cette petite expérience démontre que ce ruban n'a qu'un seul côté. Ainsi on ne peut colorier un côté en rouge et un côté en jaune car celui qui essaierait de le faire s'apercevrait que les deux couleurs se rencontrent sur la même face.

## Des applications intéressantes!

L'avantage de ce genre de ruban est qu'il dure plus longtemps étant donné que l'usure est également répartie sur « chaque côté ». Plusieurs courroies utilisées dans les usines ont la forme d'un ruban de Möbius géant. On les utilise également pour fabriquer certaines cassettes d'enregistrement dont le ruban a la forme d'une boucle continue dans le but de doubler le temps d'écoute. Si l'on vivait sur un ruban de Möbius, après un demi-tour, on aurait la tête en bas, ensuite la tête en haut et ainsi de suite. Une voiture parcourant un ruban de Möbius monterait et descendrait sans cesse. Le plus long ruban de Möbius au monde mesure 700 mètres, et n'est autre qu'une montagne russe dans un parc d'attraction aux États-Unis. En outre, le ruban de Möbius est devenu un symbole dans le recyclage (le logo de matières recyclables est un ruban de Möbius) représentant la transformation des déchets en produits utiles et réutilisables.

## Des propriétés singulières et étonnantes!

Si on découpe par le milieu (c'est-à-dire selon un trajet tracé au milieu de la largeur du ruban) un ruban de Möbius, on n'obtient pas deux rubans comme il serait raisonnable de penser, mais seulement un. En effet, le ruban obtenu est deux fois plus long et deux fois moins large que le ruban original, mais il est doublement tordu et comme il a deux faces, ce n'est donc pas un ruban de Möbius. C'est étonnant de voir qu'en découpant cet objet mathématique en deux, on obtient qu'un seul morceau. Ce n'est pas le nombre de morceaux qui double, mais bien le nombre de faces.

Maintenant si vous découpez un ruban de Möbius selon un trajet tracé au tiers de sa largeur, le découpage réserve toute une surprise. En effet, vous obtenez deux rubans entrelacés (enfilés l'un dans l'autre) comme les mailles d'une chaîne. On ne peut les détacher, sans briser l'un deux. L'un des rubans est un ruban de Möbius et l'autre un ruban à deux faces deux fois plus long et doublement tordu. L'explication tient du fait que le découpage suit par deux fois le ruban de Möbius et les ciseaux demeurent toujours sur le ruban en suivant le tracé; en d'autres mots, le découpage se fait de « façon continue. » Essayez-le, vous allez voir!

*Faites aller votre imagination!*

Le nombre d'expériences que vous pouvez faire avec un ruban de Möbius est quasi illimité; faites aller votre imagination. J'encourage les enseignants des écoles à construire en classe un ruban de Möbius et à inciter les élèves à réaliser différents découpages qui leur feront découvrir des propriétés tout à fait spéciales. C'est un exercice pédagogique pertinent, intéressant et amusant permettant de stimuler l'intérêt des jeunes pour les mathématiques tout en les faisant sortir de la routine de la classe.

